ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Über die Kraft der Wasserdämpfe;

von

Joseph Schitko,

k. k. Bergrath und Professor an der Bergacademie zu Schemnitz.

Die Dampfmaschinen haben seit ihrem Ursprunge in der Anwendung sehr bedeutende Fortschritte gemacht. Allein in der Theorie der Mechanik erscheinen sie noch immer nicht zureichend begründet. Noch immer ist das Gesetz, nach welchem sich die Kraft der Wasserdämpfe richtet, ungewiſs. Zwar fehlt es nicht an Versuchen und Formeln, die zu dieser Bestimmung dienen sollen; allein die Ergebnisse dieser Versuche weichen besonders bei Dämpfen von höherer Spannung so bedeutend von einander ab, daſs es ungewiſs bleibt, welchen der Vorzug gebühren dürfte. Die aus diesen Versuchen abgeleiteten Formeln können keine gröſsere Zuverläſsigkeit gewähren, als die Versuche selbst, die ihnen zu Grunde liegen. Eine vollständige Übersicht des bisher in diesem Gebiete Geleisteten findet sich in dem neu bearbeiteten physikalischen Wörterbuche von *Gehler*, so wie auch in dem ersten Bande der Jahrbücher des Wiener polytechnischen Instituts. Wenn man die darin aufgeführten Formeln, welche das Gesetz für die Elasticität des Wasserdampfes darstellen sollen, überblickt, so wird man bald finden, daſs einige davon auf

unmögliche, andere auf unwahrscheinliche Werthe führen. Man gibt der vom Professor *Mayer* angegebenen Formel den Vorzug. Die Constanten derselben hat der Herr Professor *Arzberger* nach den am polytechnischen Institute zu Wien abgeführten Versuchen näher bestimmt. Wollte man diese Constanten nach anderen Versuchen bestimmen, so würde sie andere diesen Versuchen angemessene Resultate geben. Es muſs sich aber der Wunsch aufdringen, ein Gesetz aufzufinden, welches, von Versuchen jeder Art unabhängig aufgestellt, mit einer Reihe der abgeführten Versuche zunächst übereinstimmte; denn nur dann, wenn das für sich rein theoretisch aufgestellte Gesetz mit den Erfahrungen zusammentrifft, läſst sich mit Wahrscheinlichkeit vermuthen, daſs es in der Natur der Sache gegründet sey. Die Kenntniſs eines solchen Gesetzes würde für die Dampfmaschinen von Wichtigkeit seyn, denn es würde uns in den Stand setzen, nicht nur die Kraft der Dämpfe zu schätzen, sondern auch die Umstände anzugeben, von welchen die vortheilhafteste Wirkung der Dampfkraft abhänge.

Der nachstehende Aufsatz enthält einen Versuch zur Auffindung dieses Gesetzes, wobei ich mich jedoch vor der Hand bloſs auf Wasserdämpfe, die bei Temperaturen über den Siedpunct in einem geschlossenen Raume auf die bei Dampfmaschinen gewöhnliche Art erzeugt werden, beschränke. Ich habe in den früheren Aufsätzen dieser Zeitschrift, nämlich im vierten und sechsten Bande, meine Ansicht über die Wärme und ihre Grundwirkungen aufgestellt, und ich lege sie nun dieser Untersuchung zu Grunde.

1. Grundbestimmung.

Man kann nach der Analogie mit der Luft annehmen, daſs die absolute Elasticität der Dämpfe eine zu-

sammengesetzte Function aus ihrer Dichte und specifischen Elasticität sey. Will man nun die absolute Elasticität mit E, die specifische mit e, und die Dichtigkeit des Dampfes mit d bezeichnen, so ist $E = de$. *Mayer* und *Schmidt* gehen von derselben Ansicht aus; allein sie bestimmen die Elasticität nicht aus der Dichtigkeit des Dampfes, sondern sie leiten vielmehr diese aus jener ab. Ich werde aber die beiden Grundfactoren, aus welchen die absolute Kraft des Dampfes entspringt, für sich zu bestimmen suchen.

2. Bestimmung der Dichtigkeit des Dampfes.

Die Wärme, welche das Wasser durchströmt, wirkt ununterbrochen zur Erzeugung der Dämpfe. Ihre Wirkung muſs daher nach den Gesetzen continuirlich wirkender Kräfte beurtheilt werden. Diese verhalten sich aber wie die Producte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten. Nun läſst sich die Menge der Wärme, die das Wasser bei jeder gegebenen Temperatur x in freiem oder gebundenen Zustande in sich enthält, nach den im Bd. VI., S. 138 dieser Zeitschrift angegebenen Bestimmungen durch $q = x + \gamma x^2$ ausdrücken, wo $\gamma = 0{,}0027504$ ist. Die Geschwindigkeit, mit welcher die freie Wärme das Wasser durchströmt, hängt von der Intensität der Wärme, das ist: von der Höhe der Temperatur ab. Will man nun vom Siedpuncte ausgehen, und dessen Grade mit X, jede andere Temperatur aber mit x, die entsprechenden Wärmemengen mit Q und q, die Dichtigkeiten des zugehörigen Dampfes mit D, d bezeichnen; so ist

$$d : D = q x^2 : Q X^2 \quad \text{und} \quad d = \frac{q x^2}{Q X^2} D.$$

Wird die Dichte des Dampfes beim Siedpuncte zur Einheit, nämlich $D = 1$ gesetzt; so hat man $d = \frac{q x^2}{Q X^2}$.

So wie das Wasser in Dampf übergehet, so wird eine bestimmte Menge Wärme gebunden. Der erzeugte Dampf behält dann überdiefs nooh die Temperatur des Wassers, woraus er entstanden ist. Diese zur Erzeugung des Dampfes erforderliche Wärmemenge ist aber, wie es sich in der Folge zeigen wird, keine constante Gröfse; sie nimmt bei höherer Dampfspannung um die fühlbare Wärme x, die der Dampf mit dem Wasser gemein hat, ab. Da nun der Dampf bei seinem Entstehen in höheren Temperaturen weniger an Wärme bindet, so wird in demselben Verhältnisse, nämlich gegen den Siedpunct in dem Verhältnisse von $\frac{x}{X}$ mehr an Dampf erzeugt. Wird hiernach der frühere Ausdruck für die Dampfdichte berichtiget, so erhält man

$$d = \frac{q\,x^2}{Q\,X^2} \times \frac{x}{X} = \frac{q\,x^3}{Q\,X^3}.$$

Der Nenner dieses Ausdruckes ist eine constante Gröfse, die sich ein für alle Mal bestimmen läfst. Ich will sie mit c bezeichnen. Es ist daher $d = \frac{q\,x^3}{c}$; nun ist aber $q = x + \gamma\,x^2$, folglich ist

$$d = \frac{x^4\,(1+\gamma x)}{c} \text{ und } \log. d = 4 \log. x + \log.(1+\gamma x) - \log. c.$$

Da nun zufolge der früher berufenen Aufsätze über die Wärme $X = 80{,}1494\ W^0$, $\gamma = 0{,}0027504$ und $Z = 97{,}8177$ ist; so ergibt sich $\log. c = 7{,}7021180$ und

$$\log. d = 4 \log. x + \log.(1 + \gamma\,x) - 7{,}7021180.$$

Will man aber die Dichtigkeit des Wasserdampfes gegen die des Wassers oder der Luft vergleichen, so ist $d' = n\,d$, wo n die Verhältnifszahl der Dampfdichte beim Siedpuncte gegen die Einheit der Dichtigkeit des Wassers oder der Luft bedeutet. Wird die Dichtigkeit, die der Wasserdampf beim Siedpuncte annimmt, gegen

jene, auf die das Wasser in Maximo gelangt, verglichen; so ist nach *Gay-Lussac* $n = 0{,}000589$, und nach *Munke* $= 0{,}000613$.

Die Versuche, die man über die Dichtigkeit des Wasserdampfes bisher angestellt hat, beziehen sich auf Temperaturen unter dem Siedpuncte. *Southern* hat indeſs diese Bestimmung auch für höhere Wärmegrade aus der Menge des Dampfes zu erhalten gesucht, die einen Stiefel von gemessenem Inhalte füllten. Seine absoluten Bestimmungen sind, so wie sie in dem neuen *Gehler*'schen phys. Wörterbuche B. II., S. 380 angegeben sind, nebst den nach meiner Formel berechneten Resultaten in der nachstehenden Tabelle enthalten.

Temperatur, angegeben in		Dichte des Dampfes.		Differenzen.
Centes.°	W°	Beobachtet.	Berechnet.	
109,4444	86,3509	0,000827	0,000838	0,000010
132,2222	100,6765	0,001701	0,001597	0,000104
146,1111	109,0201	0,002476	0,002236	0,000240

Die Versuche geben zwar etwas gröſsere Werthe in höheren Temperaturen als die Rechnung; allein ich finde die in dem oben angeführten phys. Wörterbuche gemachte Bemerkung vollkommen gegründet, daſs *Southern* die Dichtigkeit des Dampfes auf die angegebene Weise in höheren Temperaturen auf keinen Fall zu klein finden konnte, wohl aber zu groſs, wenn adhärirendes oder mechanisch fortgerissenes Wasser mit in den Stiefel eindrang.

Man hat bisher die Dichtigkeit des Dampfes aus dessen absoluter Elasticität gewöhnlich nach der For-

mel $d = A \frac{E}{213 + t}$ zu bestimmen gesucht, wo t die Wärmegrade nach der 80theiligen Scale, E die Elasticität des Dampfes, und A eine durch Versuche zu bestimmende Gröfse bedeutet. *Munke* hat diese Formel den von ihm in 16 Versuchen gemessenen Dichtigkeiten des Wasserdampfes angepafst, und sie den erhaltenen Resultaten angemessen gefunden; jedoch in der Art, dafs der für den Factor A gefundene Werth in höheren Temperaturen vermindert werden sollte, wornach die Formel die Gestalt $d = A (1 - w't) \frac{E}{213 + t}$ erhalten würde, ohne dafs es ihm möglich schien, den Werth von w aus seinen Versuchen mit Sicherheit zu bestimmen, indem dieselben nur die Temperaturen von 0° bis 35° *R.* umfafsten. Bei nochmaliger Revision der erhaltenen Gröfsen und einer Vergleichung derselben mit den durch andere Physiker, namentlich durch *Southern* für höhere Temperaturen gefundenen Dichtigkeiten fand er die Übereinstimmung zwischen den durch Beobachtung und Rechnung gefundenen Werthen noch genauer, wenn in der Formel für die Elasticitäten die durch *Arzberger* gefundenen Constanten aufgenommen, und mit den auf diese Weise erhaltenen Werthen von E die Dichtigkeiten berechnet werden. Er glaubt daher A unbedenklich $= 0{,}0064106984\ldots$ oder kürzer $= 0{,}0064107$ nehmen zu können, wornach ohne Einführung des Factors $(1 - wt)$ die Formel $d = 0{,}0064107 \frac{E}{213 + t}$ die Dichtigkeiten sehr genau gebe. In der nachstehenden Tabelle sind die Resultate, die sich aus dieser und der von mir angegebenen Formel ergeben, zusammengestellt.

Temperatur.		Dichtigkeit des Dampfes	
Centes.°	*W*°.	nach *Munke.*	nach meiner Formel.
100	80,1494	0,000613	0,000613
105	83,4530	0,00072	0,00073
110	86,7106	0,00084	0,00085
115	89,9241	0,00097	0,00099
120	93,0950	0,00112	0,00115
125	96,2249	0,00128	0,00132
130	99,3153	0,00147	0,00151
135	102,3676	0,00167	0,00171
140	105,3830	0,00189	0,00194
145	108,3627	0,00213	0,00218
150	111,3074	0,00240	0,00244
155	114,2197	0,00269	0,00272
160	117,0991	0,00300	0,00302
165	119,9471	0,00334	0,00335
170	122,7646	0,00370	0,00370
175	125,5526	0,00410	0,00407
180	128,3118	0,00452	0,00444
185	131,0430	0,00497	0,00488
190	133,7471	0,00546	0,00533
195	136,4247	0,00597	0,00580
200	139,0766	0,00652	0,00630

Die nach meiner Formel berechneten Werthe sind in den niederen Temperaturen etwas gröſser, und nehmen sodann bei höheren Wärmegraden allmählig ab, welches mit *Munke's* Bemerkung, daſs der Factor *A* bei höheren Temperaturen abnehmen sollte, zusammenstimmt.

3. Bestimmung der specifischen Elasticität.

Nach dem von mir im vierten Bande dieser Zeitschrift angegebenen Gesetze, nach welchem sich die Körper durch die Wärme ausdehnen, läſst sich das Volumen, welches die expansiblen Flüssigkeiten für jeden Grad der Temperatur annehmen, aus $(1+\mu)^x$ finden.

Dieser Werth bestimmt daher auch die specifische Elasticität des Dampfes. Will man sie beim Siedpuncte zur Einheit setzen, so ist für jeden anderen Wärmegrad

$$e = (1 + \mu)^{x - X} = \frac{(1 + \mu)^x}{1,375} \quad \text{und}$$

$$\log. e = x \log. (1 + \mu) - \log. 1,375.$$

Nun ist aber $\log. (1 + \mu) = 0,0017256$, B. 4. S. 445, und $\log. 1,375 = 0,1383027$. Werden diese Werthe substituirt, so erhält man

$$\log. e = 0,0017256\, x - 0,1383027.$$

4. Die absolute Kraft des Dampfes.

Da die absolute Elasticität des Dampfes als eine Function der Dichte und der specifischen Elasticität zu betrachten ist; und da nun sowohl die Dichtigkeit d, als auch die specifische Elasticität e für jede gegebene Temperatur über dem Siedpunct bestimmbar sind; so ergibt sich nunmehr von selbst die absolute Kraft des Dampfes. Es ist nämlich

$$E = d e \quad \text{und} \quad \log. E = \log. d + \log. e.$$

Will man die Werthe von $\log. d$ und $\log. e$ substituiren, so hat man

$$\log. E = 4 \log. x + \log. (1 + \gamma x) + 0,0017256\, x - 7,8404207.$$

Dabei ist die Kraft des Dampfes beim Siedpuncte zur Einheit gesetzt. Will man sie aber nach der Höhe einer Quecksilbersäule, oder nach dem Gewichte, welches dem Dampfdrucke gleich kommt, schätzen; so ist, wenn a diesen Schätzungs-Maſsstab für den Siedpunct bedeutet, $E' = a E$ und $\log. E' = \log. a + \log. E$.

Nach diesem von Versuchen unabhängig aufgestellten Gesetze ist die nachstehende Tafel I. berechnet. Die erste Spalte enthält die gemeinen Grade nach der 100theiligen Scale; in der zweiten sind sie in die eigentlichen

Temperatursgrade nach dem im vierten Bande dieser Zeitschrift angegebenen Grundsatze übersetzt. Die dritte Columne gibt die Dichtigkeit, die vierte die specifische Elasticität, und die fünfte die absolute Kraft des Dampfes an.

In der II. Tafel sind die Resultate meiner Berechnung mit den Ergebnissen der Versuche oder der daraus abgeleiteten Berechnungen, die ich theils aus den früher angeführten Jahrbüchern des Wiener k. k. polytechn. Instituts und aus dem neuen *Gehler*'schen phys. Wörterbuche, theils aus *Bernoulli's* Dampfmaschinenlehre entlehnt habe, zusammengestellt.

Tabelle I.

Über die Dichtigkeit, specifische und absolute Elasticität der Wasserdämpfe nach dem von mir aufgestellten Gesetze berechnet.

Temperatur.		Dichtigkeit.	Specifische Elasticität.	Absolute Elasticität.
Centes.°	*W*°.			
100	80,1494	1,0000	1,0000	1,0000
105	83,4530	1,1841	1,0132	1,1997
110	86,7106	1,3901	1,0264	1,4269
115	89,9241	1,6194	1,0396	1,6836
120	93,0950	1,8732	1,0528	1,9721
125	96,2249	2,1528	1,0659	2,2948
130	99,3153	2,4594	1,0791	2,6540
135	102,3676	2,7943	1,0923	3,0522
140	105,3830	3,1586	1,1055	3,4918
145	108,3627	3,5538	1,1186	3,9754
150	111,3074 *)	3,9806	1,1310	4,5020
155	114,2197	4,4411	1,1450	5,0850
160	117,0991	4,9357	1,1581	5,7163
165	119,9471	5,4659	1,1713	6,4023

*) Dieser Wärmegrad ist in dem vierten Bande dieser Zeitschrift, Seite 446, mit 111,1311 irrig angegeben.

Temperatur.		Dichtigkeit.	Specifische Elasticität.	Absolute Elasticität.
Centes.°	*W*°.			
170	122,7646	6,0328	1,1845	7,1459
175	125,5526	6,6376	1,1977	7,9499
180	128,3118	7,2406	1,2109	8,7677
185	131,0430	7,9645	1,2241	9,7507
190	133,7471	8,6908	1,2373	10,7535
195	136,4247	9,4586	1,2506	11,8287
200	139,0766	10,2699	1,2638	12,9794
250	165,3984	21,6588	1,4032	30,3909
300	187,5634	37,1653	1,5323	56,9500

Tabelle II.

Darstellung der durch Versuche und Berechnung aufgefundenen Resultate über die Kraft der Wasserdämpfe.

Temperatur. Centes.°	Nach meiner Formel.	Nach *Ure.*	*Arzberger.*	*Christian.*	*Schmidt*	*Betancourt.*
100	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
105	1,1997	1,2120	1,1872	1,1671	1,2136	1,2356
110	1,4269	1,4372	1,4016	1,3661	1,4371	1,5074
115	1,6836	1,6882	1,6466	1,5990	1,7150	1,8033
120	1,9721	1,9845	1,9291	1,8695	2,0253	2,1606
125	2,2949	2,2953	2,2432	2,1903	2,3928	2,5550
130	2,6540	2,6737	2,5879	2,5642	2,7935	3,0000
135	3,0522	3,1206	2,9822	3,0009	3,2877	3,3291
140	3,4918	3,6235	3,4197	3,5130	3,8993	
145	3,9754		3,9089	4,1120		
150	4,5020		4,4701	4,8125		
155	5,0849		5,0423	5,4531		
160	5,7163		5,6952	6,2753		
165	6,4023		6,4141	6,6937		
170	7,1459		7,1997	7,6927		
175	7,9499		8,0316			
180	8,7677		8,9892			
185	9,7507		10,0000			
190	10,7535		11,0910			
195	11,8287		12,2724			
200	12,9794		13,5441			

Bei Vergleichung dieser Reihen zeigt es sich, daſs die nach dem von mir aufgestellten Gesetze berechneten Werthe für die absolute Elasticität des Dampfes mit den von *Arzberger* und *Ure* aufgefundenen Resultaten zunächst übereintreffen. Die Übereinstimmung ist immer so groſs, als man sie nur immer von einer rein aufgestellten Theorie und von Versuchen dieser schwierigen Art erwarten kann. Die abweichenden Resultate der Versuche rühren theils von den Hindernissen, die mit der zunehmenden Spannkraft des Dampfes wachsen, theils von der ungleichen Art, mit welcher die Versuche angestellt wurden, her. Es kommt dabei vorzüglich darauf an, daſs die Kraft des Dampfes und die zugehörige Temperatur gleichzeitig und übereinstimmend abgenommen werden; welches jedoch um so schwerer zu erzielen ist, je mehr die Temperatur und die Spannkraft des Dampfes gesteigert wird. Der Umstand, daſs das aufgestellte Gesetz mit denjenigen Versuchen zunächst übereinstimmt, die zufolge des angewandten Verfahrens die meiste Zuverläſsigkeit erwarten lassen, spricht zu Gunsten dieses Gesetzes.

Wenn die berechneten Werthe gegen die Resultate der in höheren Temperaturen abgeführten Versuche etwas kleiner erscheinen, so liegt der Grund davon vorzüglich darin, daſs bei den Versuchen die Temperatur nicht zu groſs, wohl aber zu klein gefunden werden kann, weil die Dämpfe früher die höhere Temperatur annehmen, als sie diese dem Quecksilber des Thermometers mittheilen, und weil der Dampf so wie jeder andere Körper da, wo er vom Feuer weiter entfernt liegt, und mehr Gelegenheit findet, seine Wärme an die kältere Umgebung abzusetzen, nicht dieselbe Temperatur wie näher an der Quelle der Wärme behaupten kann. Zwar hat man sich an dem Wiener polytechn. Institute

eines Apparats bedient, der so beschaffen war, daſs durch ein nach Willkür bewirktes Ausströmen der Dämpfe die Temperatur stationär erhalten werden konnte; allein da das Thermometer an demselben vom Feuer am meisten entfernten Endpuncte des Apparats angebracht wurde, wo der Hahn zum Ausströmen des Dampfes vorgerichtet war, so muſste daselbst die Temperatur mehr als in den übrigen Theilen des Apparats herabgehen, wie dieſs auch der Professor *Schmidt* im Papinianischen Topfe wirklich beobachtet hat. Eben so hat *Egen* durch genaue Versuche gefunden, daſs die Temperatur des Dampfes nahe an dem oberen Boden des Kessels etwas geringer, als tiefer unter demselben sey. *Ure* hat zur Erzielung einer gleichförmigen Vertheilung der Wärme die Röhre, in welcher der Dampf erzeugt wurde, in eine Art Wasserbad gestellt. Allein er hat nicht die Temperatur des Dampfes in dieser Röhre, sondern die des Bades beobachtet. Es ist aber offenbar, daſs letztere gröſser als die erste seyn muſste, weil die Wärme von dem umgebenden Mittel erst in die Röhre gelangen konnte, und weil da, wo Dampf erzeugt wird, immer eine geringere Temperatur Statt finden muſs. Übrigens ist es nicht angegeben, ob eine Correction wegen der Ausdehnung des Glases vorgenommen wurde. Sollte dieſs nicht geschehen seyn, so sind die abgenommenen Wärmegrade etwas kleiner, als sie seyn sollten. Der Einfluſs dieser Umstände wird desto merkbarer, je weiter sich die Temperatur vom Siedpuncte entfernt.

5. Wärmegehalt des Dampfes.

Zu den vorzüglichsten Untersuchungen gehört unstreitig die Bestimmung der Wärmemenge, die der Dampf von jeder gegebenen Temperatur und Spannung in sich enthält. Es ist ohnehin bekannt, daſs beim Über-

gange des Wassers in den dampfförmigen Zustand Wärme gebunden werde. Man hat diese Wärme durch Versuche auf verschiedenen Wegen zu bestimmen gesucht, so wie ich dieses im Bd. VI., S. 138 u. f. dieser Zeitschrift bereits erwähnt habe. Die Resultate dieser Versuche weichen in der That weniger von einander ab, als die Schwierigkeit der Experimente erwarten läſst. Man nimmt zufolge dieser Versuche an, daſs der beim Siedpunct erzeugte Wasserdampf so viel an gebundener Wärme enthalte, als nöthig ist, 5,4 bis 5,5 Mal so viel Wasser vom Gefrierpuncte bis zum Siedpuncte zu erhitzen. Nach der gemeinen 100theiligen Scale würde daher die latente Wärme 540° *C.*, und mit Inbegriff der fühlbaren Wärme 640° *C.* betragen. Nach der von mir angegebenen Theorie beträgt die gesammte Wärme des siedenden Wassers 97,8177° *W.* Hiernach ergibt sich die latente Wärmemenge für den Aggregatzustand des Dampfes

$$97{,}8177 \times 5{,}4 = 528{,}2156,$$

und mit Inbegriff derjenigen Wärme, die der Dampf als solcher beim Siedpuncte aufnimmt,

$$528{,}2156 + 85{,}0801 = 613{,}2957.$$

Es entstehet nun die weitere Frage, ob die Wärmemenge, die der Wasserdampf beim Siedpuncte in sich enthält, für jede andere Temperatur und Dampfspannung dieselbe sey? Theorie und Erfahrung geben, daſs gleiche Gewichte Dampf von irgend einer Temperatur und Dampfspannung gleiche Mengen Wärme enthalten. *Southern*, *Despretz* und Andere mehr haben darüber Versuche abgeführt, welche diesen Satz bestätigen. Will man nun die latente Wärme des Aggregatzustandes mit λ, und die fühlbare Wärme mit t nach der gemeinen 100theiligen Scale bezeichnen; so ist $\lambda + t = 640^\circ$ *C.*, und folglich $\lambda = 640 - t$. Wird $t = 640^\circ$ gesetzt, so

ist $\lambda = 0$. Es könnte daher bei der Temperatur von 640° keine weitere Dampfbildung Statt finden. Der Dampf müfste da die Dichtigkeit des Wassers erlangt haben. Die *Mayer*'sche Formel gibt aber für diese Temperatur die Dichte des Dampfes $= 0{,}2183$, die noch unter der Dichte des Wassers weit entfernt liegt. Man sucht es dadurch zu erklären, dafs bei dieser Temperatur der Dampf aufhöre, die Dampfform zu haben, und blofs stark ausgedehntes Wasser sey. Nach dieser Annahme müfste das Wasser einen 4.57 Mal gröfseren Raum einnehmen. Allein dieses so beträchtlich ausgedehnte Wasser müfste doch noch immer einen Theil der Wärme in gebundenem Zustande enthalten. Es könnte die gesammte Wärme von 640° *C.* nur dann ganz als freie Wärme hervortreten, wenn auch das Wasser des Dampfes auf seine ursprüngliche Dichte gebracht seyn würde.

Wird hingegen meine Ansicht über die Wärme zu Grunde gelegt, so findet sich in diesen Bestimmungen eine genügende Übereinstimmung. Nach dieser mufs die Wärme, die ein gegebener Körper in sich enthält, in freie und gebundene Wärme unterschieden werden. Letztere ist wieder von doppelter Art, nämlich die der Körper zur Erlangung einer bestimmten Temperatur ohne Veränderung seines Aggregatzustandes, oder die er zu seinem Übergange in einen andern Aggregatzustand erfordert. Die gesammte Wärme, die der Körper zur Erlangung einer bestimmten Temperatur aufnimmt, habe ich durch $x + \gamma x^2$ ausgedrückt. Der Werth von γ wurde aus dem Ausdehnungsgesetze abgeleitet. Für gas- und dampfförmige Flüssigkeiten ergab sich $\gamma = 0{,}0007675$. Wenn man nun die Wärme, die beim Übergange des Wassers in den dampfförmigen Zustand gebunden wird, mit λ, und den Inbegriff der gesammten Wärme, die der Dampf im freien und gebundenen

Zustande enthält, mit σ bezeichnet; so mufs zufolge der Annahme, dafs die Wärme bei gleichen Mengen von Dampf eine constante Gröfse ist, $\sigma = x + \gamma x^2 + \lambda$ seyn. Hieraus ergibt sich

$$x = \frac{-1 + \sqrt{4\gamma(\sigma - \lambda) + 1}}{2\gamma}.$$

Will man nun wissen, bei welcher Temperatur und bei welchem Drucke der Dampf in die Dichte des siedenden Wassers übergeht; so ist $\sigma = 613{,}2957$ und $\lambda = 17{,}6683$ zu setzen. Letzteres aus dem Grunde, weil nach den auf Seite 146 angegebenen Bestimmungen das siedende Wasser als solches $\gamma X^2 = 17{,}6683$ an gebundener Wärme in sich enthält.

Würde man einen gegebenen Dampf durch einen angemessenen Druck in den Raum des siedenden Wassers bringen, so wird noch immer nicht die sämmtliche Wärme des Dampfes als freie Wärme hervortreten können. Es wird sich noch die angegebene Wärmemenge im gebundenen Zustande befinden müssen.

Wenn man nun die Werthe von $\gamma = 0{,}0007675$, $\sigma = 613{,}2957$ und $\lambda = 17{,}6683$ in die Gleichung von x substituirt; so wird man $x = 444{,}19^0$ *W.* finden. Wird nun für diesen Wärmegrad die Dichtigkeit nach der früher angegebenen Formel, nämlich nach

$$\log. d = 4 \log. x + \log. (1 + \gamma x) - 7{,}7021184$$

berechnet; so ergibt sich

$$d = 1720{,}556.$$

Nach englischen Beobachtungen und Annahmen rechnet man gewöhnlich, dafs beim Siedpuncte aus einem Kubikzoll Wasser 1728 Kubikzoll Dampf erfolgen, dafs also das Wasser 1728 Mal dichter ist als Dampf. Nach *Gay-Lussac* ist dagegen das Wasser 1696,4 Mal dichter, als der Dampf des Siedpunctes. Die von mir

berechnete Zahl fällt innerhalb der beiden Bestimmungen.

Übrigens muſs man in Betreff des Wärmegehaltes drei verschiedene Zustände des Dampfes unterscheiden. Im Entstehen nimmt der Dampf die Temperatur des Wassers an, und in diesem vollkommenen Zustande enthält er die angegebene constante Wärmemenge. Er ist mit Wärme gesättiget. Wird ihm aber ein Theil dieser Wärme entzogen; so übergeht er in einen minder vollkommenen Zustand. Seine Durchsichtigkeit und Elasticität nimmt mit der Herabsetzung seiner Temperatur ab. Er ist mit Wärme nicht gesättiget. Man kann aber auch einen gegebenen Dampf einer höheren Temperatur, als die des Wassers ist, aussetzen. Er wird mit Wärme übersättigt, und seine specifische Elasticität wird höher gespannt.

7. Folgerungen.

Da das angegebene Gesetz für die Dampfkraft die Bestandtheile, aus welchen es zusammengesetzt ist, sichtbar darstellt; so ist der Gebrauch dieses Gesetzes nicht bloſs auf die Bestimmung der Dampfelasticität beschränkt, sondern es lassen sich auch aus den einzelnen Bestandtheilen desselben verschiedene für die Dampfmaschinen nicht unwichtige Folgerungen ziehen. So z. B. gibt der Factor $d = \frac{x^4 (1 + \gamma x)}{c}$ nicht bloſs die Dichte des Dampfes, sondern auch die zur Erzeugung desselben erforderliche Wassermenge an. Eben so wird die verhältniſsmäſsige Gröſse der dampferzeugenden Kesselfläche, die zufolge einer allgemeinen Annahme von der Wassermenge, welche in einer bestimmten Zeit in Dampf verwandelt werden soll, abhängig ist, durch denselben Factor der Dichtigkeit angegeben. Da nach dem Vorausgelassenen gleiche Gewichte Dampf gleiche Mengen Wärme

enthalten, so wird auch derselbe Dichtigkeitsfactor sowohl den Wärmegehalt des Dampfes, als auch die verhältnifsmäfsige Menge des zu seiner Condensation erforderlichen Wassers bestimmen. Hieraus folgt, dafs der Dampf von höherer Spannung verhältnifsmäfsig gegen die Kraft weniger Wasser und Wärme, so wie auch eine kleinere Kesselfläche als ein einfacher Dampf erfordere. So würde der Dampf von 200° *C.* oder 139,0766° *W.*, der mit 12,9794 Atmosphären wirkt, nur 10,2699 Mal mehr Wasser und Wärme und eine eben so viel Mal gröfsere dampferzeugende Kesselfläche, als ein einfacher Dampf beim Siedepüncte erfordern. Obschon die Angaben über *Perkins* Dampf-Generator in manchen Stücken übertrieben seyn mögen, so ist doch aus dem Angeführten erklärbar, wie derselbe bei hohen Temperaturen doch immer mehr leisten konnte, als die gewöhnliche Rechnung gibt.

Der Dampf wirkt desto vortheilhafter, je gröfser seine Kraft ist, und je weniger Wärme er für seine Existenz erfordert. Da nun gleiche Mengen von Dampf gleich viel Wärme erfordern, so läfst sich die Wärmemenge, die ein gegebener Dampf in seinem vollkommenen Zustande enthält, durch $d\sigma$ ausdrücken. Will man nun den Wirkungsgrad des Dampfes durch w bezeichnen; so ist

$$w : w' = \frac{de}{d\sigma} : \frac{d'e'}{d'\sigma} = e : e',$$

das ist: der Wirkungsgrad stehet im geraden Verhältnisse mit der specifischen Elasticität des Dampfes. Wird seine Wirkung beim Siedepuncte zur Einheit gesetzt; so geben die in der Tabelle I. angegebenen Zahlen für die specifische Elasticität das Verhältnifs der Wirkungsgrade des Dampfes für höhere Temperaturen an. So wirkt der Dampf bei 200° *C.* 1,2638 Mal vortheilhafter,

als jener des Siedepunctes. Dieser Wirkungsvortheil steigt mit der Höhe der Temperatur und der Dampfspannung. Bei 300° *C.* wirkt der Dampf 1,5323 Mal vortheilhafter, als der einfache Dampf. Hieraus folgt nun, dafs es vortheilhafter sey, mit hohem als niederem Drucke des Dampfes zu wirken, welches auch die Erfahrung bestätiget. Allein theils die Festigkeit, theils die Dampfhältigkeit der Dampfmaschinen setzen diesem in höheren Temperaturen fortschreitenden Vortheile Grenzen. Auch läfst sich der angegebene Vortheil in der Wirklichkeit in Bezug auf den Brennstoffaufwand nicht ganz erreichen; denn mit der steigenden Temperatur wird an die kältere Umgebung desto mehr Wärme abgesetzt, je gröfser der Unterschied der Temperaturen ist, und mit der Gröfse der Dampfspannung nimmt der Dampfverlust zu. Dieser Wärmeverlust mufs, in so ferne er unvermeidlich ist, den Vortheil in Betreff auf den zu verwendenden Brennstoff sehr herabsetzen, wohl auch ganz aufheben. Der Dampf von höherer Spannung erfordert zwar im Verhältnisse der Kraft weniger Wärme zu seiner Existenz als der einfache Dampf; allein da der Wärmeverlust mit der Höhe der Temperatur und der Dampfspannung steigt, so kann an Brennmateriale nicht in dem Verhältnisse der zur Dampfbildung erforderlichen Wärme erspart werden. Da aber der angegebene Wirkungsgrad von der specifischen Elasticität des Dampfes abhängt, und diese durch die Erhöhung der Temperatur des bereits vorhandenen Dampfes beliebig gesteigert werden kann; so wird man auch bei minder hohem Drucke des Dampfes den beabsichtigten Vortheil mit gröfserer Sicherheit dadurch erreichen können, dafs man den erzeugten Dampf, bevor er zur Wirkung zugelassen wird, einer höheren Temperatur, als diejenige ist, bei welcher er entsteht, aussetzt. Zwar wird man dadurch

keine höhere Spannung hervorbringen dürfen, wenn der erhitzte Dampf auf das siedende Wasser mit keinem vermehrten Drucke zurückwirken soll; allein der Dampf wird durch die Erhitzung verdünnt, und in diesem Zustande mit derselben Kraft wie der ursprünglich dichtere Dampf, mithin mit weniger Wasser und Wärmeaufwand wirken.

Wenn der Herr Regierungsrath *Prechtl* in der Anwendung der erhitzten Luft zufolge des in dem ersten Bande der polytechn. Jahrbücher enthaltenen Aufsatzes einen bedeutenden Vortheil findet; so kann dieser Vortheil auch hier nicht fehlen, wenn man den einmal auf Kosten des gebundenen Wärmestoffs erzeugten Dampf gleich einer Luftmasse durch Erhitzung höher spannt oder expandirt, bevor er zur Wirkung zugelassen wird. Würde man den einfachen Dampf einer Temperatur von 300° *C.* = 187,5634° *W.* aussetzen, so wird er mit Beibehaltung seiner Kraft 1,5323 Mal gröſseren Raum einnehmen. Es würde daher ein Kubikschuh Dampf bei gleicher Kraft in 1,5323 Kubikschuhe übergehen.

Wenn man die ursprüngliche Temperatur des Dampfes mit x, und nach dessen Erhitzung mit x', und die zugehörigen Wärmemengen mit q, q' bezeichnet; so ist der Unterschied der zur Erlangung dieser Temperaturen erforderlichen Wärmemengen $q' - q$. Die gesammte Wärmemenge des erhitzten Dampfes ist daher $\sigma + q' - q$, und es verhält sich der Wirkungsvortheil des gegebenen Dampfes zum erhitzten, wie

$$\frac{(1 + \mu)^x}{\sigma} : \frac{(1 + \mu)^{x'}}{\sigma + q' - q},$$

oder wie

$$1 : \frac{\sigma (1 + \mu)^{x' - x}}{\sigma + q' - q}.$$

Es ist daher

$$\log. w' = (x' - x) \log. (1 + \mu) - \log. \left(1 + \frac{q' - q}{\sigma}\right)$$

$$= 0{,}0017256\,(x' - x) - \log. \left(1 + \frac{q' - q}{\sigma}\right);$$

wo $\sigma = 613{,}2957$, $\gamma = 0{,}000767$, $q' = x' + \gamma x'^2$ und $q = x + \gamma x^2$ zu setzen ist.

Wenn man hiernach den Wirkungsvortheil des auf 300° *C.* = 187,5634° *W.* erhitzten Dampfes gegen den einfachen Dampf von 100° *C.* = 80,1494° *W.* berechnet, so ergibt sich derselbe = 1,2761.

Diese Vergleichung bezieht sich auf die Einheit des gegebenen Dampfes in seinem vollkommenen Zustande. Bei dem gewöhnlichen Dampfkessel findet aber dieser Zustand nicht Statt. Einen Theil der Wärme setzt der Dampf an die kältere Umgebung ab, bevor er zur Wirkung gelangt. Dieser Abgang mufs durch neue Wärme und Dampfentwicklung wieder ersetzt werden. Der Vortheil des mit Wärme übersättigten Dampfes mufs in Vergleichung mit dem unvollkommenen Dampfe noch gröfser erscheinen. Um nun diesen Vortheil zu erreichen, mufs der Dampfapparat so vorgerichtet werden, dafs der erzeugte Dampf von seiner ursprünglichen Wärme nichts absetze, sondern vielmehr einen höheren Temperaturs-grad erlange. Der Feuerstrom müfste daher unter das Wasser und von da über oder durch den Dampfraum geleitet werden. Da er aber noch immer einen hohen Grad von Wärme besitzen würde, so müfste er noch wiederholt zur Bildung neuer Dämpfe und zur Erhitzung derselben bis zu seiner möglichsten Erschöpfung verwendet werden.

Der in Fig. 13 vorgestellte Apparat dürfte dieser Forderung entsprechen. *a*, *b*, *c*, *d* sind so über einander gestellte Kesselabtheilungen, die aus Röhren bestehen können, dafs der Feuerstrom zwischen denselben

fortstreichen kann. Diese Abtheilungen communiciren durch die Röhren *e*, *f* und *g*, damit der Dampf und das Wasser von einer Abtheilung in die andere übergehen könne. Aus der untersten Abtheilung *a*, welche der gröſsten Hitze ausgesetzt ist, wird der Dampf bei *h* zur Maschine entnommen. Die oberste Abtheilung *d* wird bei *i* mit Wasser gespeiset. Während der Feuerstrom seine Wärme theils an das Wasser, theils an den erzeugten Dampf der über einander liegenden Abtheilungen immerfort absetzt, werden die Dämpfe und das Wasser, die bei jedem Kolbengange aus den oberen in die unteren Abtheilungen nachfolgen, immer mehr erhitzt und expandirt, bevor sie zur Wirkung in den Dampfcylinder gelangen. Auf diese Art lieſse sich die möglichste Erschöpfung des Feuerstromes mit der gröſsten Erhitzung des Dampfes vereinigen. Doch über diesen Gegenstand und die Dampfmaschinen überhaupt werde ich meine Ansicht in einem besondern Aufsatze mittheilen. Hier will ich nur noch der Frage begegnen, ob das aufgestellte Gesetz auch für Temperaturen unter dem Siedepuncte gelte.

Was den Factor für die specifische Elasticität des Dampfes anbelangt, so muſs derselbe zufolge des Ausdehnungsgesetzes für alle Temperaturen des Dampfes, in so ferne er seinen Aggregatzustand nicht verändert, gelten. Dagegen kann dasselbe Gesetz, welches die Menge und die Dichtigkeit des sich im siedenden Wasser bildenden Dampfes angibt, nicht zugleich auf die Verdünstung unter dem Siedpuncte angewendet werden, weil diese nur an der Oberfläche, also unter veränderten Umständen Statt findet. *Munke* und *Mayer* haben schon ohnehin die Frage in Anregung gebracht, ob Beobachtungen bei minderen, mittleren und minder hohen Temperaturen überhaupt das Gesetz des Wachsens der

Elasticitäten des Wasserdampfes so angeben, daſs auf dieselben eine überhaupt sowohl für den niedrigsten als auch höchsten Temperaturen passende Formel gegründet werden kann; und sie glauben diese Frage, obschon aus verschiedenen Gründen, verneinen zu müssen. Wenn die verschiedenen Formeln, welche die Dampf-Elasticitäten für alle Temperaturen umfassen sollen, unmögliche oder unwahrscheinliche Werthe in sich einschliessen; so scheint mir der Grund darin zu liegen, daſs man etwas unter ein allgemeines Gesetz zu bringen bemüht ist, was nach Verschiedenheit der Umstände verschiedenen Gesetzen unterworfen ist. Ich werde das Gesetz für die Dampf-Elasticität unter dem Siedepuncte durch einen besonderen Ausdruck anzugeben suchen.

II.

Über die Bereitung eines farblosen Firnisses aus dem Schellack;

vom

Med. Dr. Ritter von *Holger*.

Die Möglichkeit, einen farblosen Firniſs aus dem Schellack zu bereiten, die ich durch die Anzeige des Firnisses nach *Field's* Methode, in *Geiger's* Magazin für Pharmacie, Octoberheft 1828, und in *Erdmann's* Journal der technischen Chemie, Bd. II., St. I. bewähret fand, zog meine Aufmerksamkeit in so ferne auf sich, als der Vorzug des Schellacküberzuges durch Glanz und Härte vor dem durch andere Harze lange anerkannt war, und die ausgebreitetere Anwendung desselben nur durch seine gelbe Farbe und Undurchsichtigkeit gehemmt

wurde. Hatte man nun die Weise aufgefunden, ihn von diesen beiden Fehlern eines guten Firnisses zu befreien, so mufste er sowohl für Mahler als für naturhistorische und physikalische Sammlungen von grofsem Werthe seyn, zumal da ihm noch die Wohlfeilheit seines Materials einen eigenen Vorzug gibt. Ich unternahm es daher, den *Field*'schen Firnifs zu bereiten, und eine Reihe von Versuchen mit ihm in der Absicht anzustellen, eine genauere Einsicht in den chemischen Prozefs, der bei dem Bleichen des Schellacks durch Chlor Statt findet, zu erlangen, und diesen, wo möglich, zu vereinfachen, und lasse nun das Resultat vieler theils gelungener, theils mifslungener Versuche mit der Bemerkung folgen: dafs sich der gebleichte Schellackfirnifs als vorzüglich in der Anwendung bewährt hat, und eines ausgedehnteren Gebrauches würdig ist.

Nach der Vorschrift zur Bereitung des *Field*'schen Firnisses wird in Weingeist gelöseter Schellack, *Schellacktinctur*, mit *Javell*'scher Bleichlauge so lange versetzt, bis das Gemenge eine bleiche Farbe angenommen hat; hierauf wird in kleinen Mengen eine Flüssigkeit beigemengt, die durch Digestion von 3 Th. Salzsäure und 3 Th. Wasser mit Mennige entstand, und zwar so lange, als sich noch gebleichter Lack aus der Mischung ablagert. Dieser gelbliche Lack wird nun mit Wasser ausgewaschen, ausgeprefst, von neuem in Alkohol aufgelöset, und stellt, vom Rückstande abgegossen, einen fast farblosen Firnifs dar, der weder blankes Eisen noch Krapproth angreift.

Löset man Schellack im kalten Weingeist auf, so erhält man eine gelbbraune, trübe und undurchsichtige Tinctur, die durch längeres Stehenlassen nichts absetzt. Wird sie filtrirt, so bleiben die im Weingeist unlöslichen Theile auf dem Filtrum, betragen nach einem Ver-

suche 10.8 %, und die Tinctur wird klar und durchsichtig, jedoch darum nicht farbenlos.

Diese unfiltrirte Schellacktinctur wurde nun mit frisch bereiteter *Javell'*scher Bleichlauge versetzt, und dadurch gebleicht, wozu aber mehr als das gleiche Volumen concentrirter Bleichlauge erfordert wird. Man erhält die Bleichung am vollständigsten, wenn man grössere Mengen der Lauge der Tinctur unter beständigem Umrühren zusetzt, als wenn man jene durch ein Filtrum tropfenweise dieser beimengt. Im ersten Falle erhält man eine vollkommen wasserklare, farbenlose Flüssigkeit mit einem blendend weiſsen Absatze, welcher zu voluminös war, als daſs er bloſs aus den im Weingeist unlöslichen Theilen bestehen konnte. Ich versuchte daher beide durch das Filtrum zu trennen, welches aber wegen der Zähe des Absatzes nur langsam vor sich ging, und keine reine Trennung zur Folge hatte, indem weder Weingeist noch Wasser zum Auswaschen des Absatzes und zur Verdünnung der Lauge angewendet werden konnte, um ersteren nicht aufzulösen, letztere nicht vor der Zeit zu zerlegen.

Die vom Absatze getrennte *Lauge* war farbenlos und leicht getrübt. Durch verdünnte Schwefelsäure wurde sie unter heftigem Aufbrausen zerlegt, und ein blendend weiſses Harz abgeschieden, welches abgenommen und ausgepreſst gar nicht zähe war. Als sich kein Harz mehr abschied, wurde die Flüssigkeit milchweiſs und undurchsichtig, welche Veränderung gleichfalls durch einen geringen Antheil desselben Harzes hervorgebracht wurde, der fein zertheilt in der Lauge schwebte; denn die weiſse Flüssigkeit ging farbenlos und wasserklar durch das Filtrum, und lieſs auf demselben eine geringe Menge des Harzes zurück. Die Erklärung dieser Erscheinung ergab sich leicht. Es wurde nämlich das Harz durch

Chlor gebleicht, dabei oxydirt, und in dem freien Kali gelöset. Die Lauge enthielt nun salzsaures, carbonsaures und Harz-Kali; durch die Schwefelsäure wurde das Harz und die Carbonsäure ausgetrieben, und es blieb schwefelsaures und salzsaures Kali in der Auflösung zurück. Zerlegt man die Lauge durch die früher angegebene Chlorbleilösung, so wird ganz dasselbe Harz ausgeschieden; es ist sonach viel einfacher, bloſse Schwefelsäure anzuwenden, und gewährt noch den Vortheil, daſs das Harz nicht so sorgfältig ausgewaschen zu werden braucht, weil das schwefelsaure Kali ohnehin bei dessen Auflösung in Alkohol zurückbleibt, während das salzsaure Kali in diesen mit übergeht.

Das nun erhaltene weiſse Harz hatte Salzkrystalle in seinen Zwischenräumen, es wurde daher mit Wasser gekocht, wobei es das Salz verlor, aber zugleich wahrscheinlich sein Hydratwasser fahren lieſs, wie dieſs auch z. B. beim Zinnoxydul bemerkt wird, denn es zog sich in einen Klumpen von viel kleinerem Volumen als vorhin zusammen, und schwamm nun auf dem Wasser, ohne dadurch seine weiſse Farbe zu verlieren. Es war vollkommen hart, wog 44.00 auf 100 Th. Schellack, und löste sich in Alkohol leicht mit einem geringen weiſsen Rückstand zu jenem fast farbenlosen Firniſs auf, von welchem bereits die Rede war.

Der *Absatz* trocknete auf dem Filtrum zu einem gelblichweiſsen Harze ein. Dieses löste sich, in Wasser gekocht, ganz zu einer trüben, gelblichweiſsen Flüssigkeit, die sich unverändert filtriren lieſs. Wurde Wasser in gröſserer Menge zugegossen, so wurde sie trübe und flockig. Durch verdünnte Schwefelsäure wurde sie unter gelindem Aufbrausen zerlegt, und eine Menge weiſses Harz abgeschieden, welches in Wasser gekocht und ausgepreſst dem früher angeführten ganz gleich sah,

und sich in allem so wie dieses verhielt. Es wog 42.00. Es geht nun daraus hervor, daſs bei Vermengung des Schellacks mit der *Javell'*schen Lauge das Harz gebleicht und in Kali in zwei Verhältnissen gelöset werde, deren jenes mit dem Überschuſs von Kali in der Lauge aufgelöset bleibt, das mit dem Überschuſs von Harz in derselben niederfällt, und in der Vereinigung mit den in Weingeist unlöslichen Theilen des Schellacks den *Absatz* bildet; denn daſs nicht letztere allein den Absatz bildeten, geht schon daraus hervor, daſs in der filtrirten Schellacktinctur, wenn sie mit *Javell'*scher Lauge gemengt wird, gleichfalls der weiſse Absatz erscheint. Man kann nun das erhaltene gebleichte Schellackharz sowohl des leichteren Ausdruckes wegen als auch wegen seiner Eigenschaften *Lacksäure* nennen, denn seine Tinctur reagirt auf die Lackmuspapiere schnell und in hohem Grade, es wird durch höhere Oxydation aus dem Schellackharz erzeugt, durch Kali aufgelöset, durch stärkere Säuren aus der Auflösung geschieden, und dann sagen, daſs der Schellack während des Bleichungsprozesses in saures und basisches *lacksaures Kali* zerfalle.

Die im Weingeist unlöslichen Theile des Schellacks waren theils in dem, aus der Auflösung geschiedenen, Harze, und blieben, als in kaltem Weingeist unlöslich zurück; theils im Absatze, und blieben, als dessen Auflösung im Wasser durch Säure zerlegt wurde, im Rückstande. Letzterer wog 6.00, war gelblichbraun, weder im kalten Alkohol noch in verdünnter Schwefelsäure, wohl aber in Kali löslich. Im kochenden Alkohol löste er sich bis auf einen geringen weiſsen pulverigen Rückstand. Die Auflösung gelatinirte beim Erkalten, und trennte sich in die Gallerte, die zu einem weiſsen weichen Körper eintrocknete, der als *Cerin* angesehen werden konnte, und in Weingeist, der farbenlos war, und

durch Zusatz von Säure noch etwas weifses Harz fallen liefs, das 3.3o wog; er mufste daher lacksaures Kali, welches dem Reste noch anhing, ausgezogen haben.

Da nun dasselbe Harz in der Auflösung und dem Niederschlage vorgefunden wurde, so war das Filtriren bei der Firnifsbereitung gänzlich unnöthig. Ich versuchte daher, die *Lacksäure* unmittelbar aus dem Gemenge der Schellacktinctur und der *Javell*'schen Lauge durch Zusatz von verdünnter Schwefelsäure abzuscheiden, in der Absicht, die Menge derselben genau zu bestimmen, welches früher wegen der Schwierigkeiten während des Filtrirens nur unvollkommen gelang. Es erfolgte dabei unter heftigem Aufbrausen die Abscheidung der ganzen Menge *Lacksäure.* Die Lauge blieb milchweifs und trübe, obwohl schon Schwefelsäure im Übermafse zugesetzt war, ging aber klar durch das Filtrum, liefs auf demselben noch *Lacksäure* zurück, und enthielt dann nichts weiter als schwefelsaures und salzsaures Kali. Die gesammte erhaltene *Lacksäure* liefs während des Kochens mit Wasser einen weifsen Rückstand fallen, welcher die im Weingeist unlöslichen Bestandtheile enthielt, und schied sich, wie bereits angezeigt, auf der Oberfläche des Wassers rein aus. Sie wog dann getrocknet auf 100 Th. Schellack 144.00 Th. Da nun der Schellack aus 89.2 Harz und 10.8 im kalten Weingeist unlöslichen Theilen besteht, so mufste das Schellackharz während des Bleichens 54.8 Oxygen aufgenommen haben *). Der

*) Dafs der Bleichungsprozefs ein Oxydationsprozefs sey, wurde wohl schon längere Zeit angenommen, dafs aber das Harz durch die blofse Mengung mit den chloricht-sauren Salzen so schnell und so hoch oxydirt werden könne, wird durch *Dingler's* d. j. neueste Versuche, polytechnisches Journal, XXVI. 231, bestätigt. Diesem zu Folge oxydirt Chlorkalk und somit auch *Javell*'sche

Rückstand wog 7.00, hatte das Ansehen und die Consistenz des *Cerins*, enthielt aber nur eine kleine Menge desselben, denn er blieb beim Kochen in Alkohol fast ganz unverändert, und aus diesem schied sich nach dem Erkalten nur wenig *Cerin*, und durch Zugieſsen von Wasser etwas Harz aus, und wog, nachdem der Alkohol nichts mehr auszog, 5.00, war weiſs, schuppig, glänzend, sanft anzufühlen, und dürfte vielleicht für *Myricin* gelten. Allein da es nun um 5.8 weniger wog, als im ungebleichten Zustande, und der ungebleichte Rest gleichfalls durch kochenden Alkohol in *Cerin* und *Myricin* zersetzt wurde, so muſste sich das *Cerin* auch hier irgendwo nachweisen lassen. Es muſste nämlich entweder durch Schwefelsäure oder Kali aufgelöset, und mit der ausgeschiedenen *Lacksäure* gemengt seyn, und dieſs wurde auch durch den Versuch nachgewiesen, indem *Lacksäure* im kochenden Alkohol aufgelöset ward, und sich beim Erkalten das *Cerin* ausschied. Durch diese Beimengung von *Cerin* wird die *Lacksäure* nicht verändert, denn sie hat nach dem Abscheiden desselben alle ihr früher zukommenden Eigenschaften, und dieses bleibt beim Auflösen im kalten Alkohol zurück. Wir sehen daher, daſs der ungebleichte Schellack aus 89.2 Harz und 10.8 Pflanzenwachs bestehe, der gebleichte ebenfalls aus 10.8 Pflanzenwachs, welches nun gleichfalls gebleicht war, und aus 89.2 Harz, welches, nach Abzug des beigemengten Cerins, 49.6, nicht wie angegeben wurde 54.8 Oxygen aufgenommen hatte, und die Lacksäure bestünde aus 64.3 Harz und 35.7 Oxygen.

Die hier angeführte *Lacksäure* ist sowohl von der problematischen *Stocklacksäure John's*, die derselbe als

---

Lauge sehr schnell Phosphor und Schwefel zu Säuren, viele Metalle zu Oxyden, Metalloxyde zu Hyperoxyden.

Bestandtheil des Körnerlacks zu 3.75 % entdeckte, als auch von der *Lacksäure*, die *Pearson* in der wachsartigen Decke der Weibchen einer nicht näher bekannten Schildlaus fand, wohl zu unterscheiden. Die hier berührte *Lacksäure* ist kein Bestandtheil eines Harzes, wie jene, sondern das Harz selbst im höher oxydirten Zustande, sie erhielt auch den Namen einer Säure mehr des einfacheren Ausdruckes wegen, als um wirklich die Anzahl der Säuren noch zu vermehren; denn hat sie gleich die allgemeinen Eigenschaften einer Säure, und haben wir durch *Unverdorben's Pininsäure* und *Silvinsäure* Analogien für diese Benennung, so müssen doch ihre Verbindungen erst näher untersucht werden, bevor man mit Bestimmtheit über ihre Existenz als Säure sich aussprechen kann.

Nach der in *Erdmann's* Journal a. a. O. angegebenen Analyse des Schellacks von *Hattchett* besteht dieser aus 90.9 Harz, 4.0 Wachs, 2.8 Kleber und 0.5 Extractivstoff. Kalter Alkohol sollte 81 Th. Harz und den Extractivstoff auflösen, 9.9 Harz sammt Kleber und Wachs zurücklassen.

Ich konnte aber keinen Kleber auffinden. Als ein im kalten Alkohol unlöslicher Stoff hatte er für mich auch kein Interesse, da ich nicht Analyse des Schellacks, sondern Untersuchung des Firnisses zunächst beabsichtigte. Sollte man wirklich nach der genauen *Field*'schen Vorschrift den zum Firniſs bestimmten Schellack im heiſsen Alkohol auflösen, so würde doch *Myricin* und *Zymon* (Pflanzeneyweiſs) ungelöset bleiben, und *Cerin* und *Gliadin* (Pflanzenleim) sich nach dem Erkalten gröſstentheil wieder ausscheiden; zudem würde das Erhitzen nur den Verlust eines Theils des Alkohols nach sich ziehen, und doch keinen Vortheil bringen, da sich im kalten Alkohol nach den früher angegebenen Versuchen

schon beinahe die ganze Harzmenge auflöste, welche *Hattchett* im Schellack vorfand. Über die 0.5 Extractivstoff läſst sich nun durchaus nichts Bestimmtes angeben; dieser Stoff ist in seinen allgemeinen Eigenschaften gegenwärtig so erschüttert, daſs er als Gattungsname eines näheren Pflanzenbestandtheils nicht mehr taugt, und meist bloſs den *Bitterstoff* anzeigt, den wohl Niemand als Bestandtheil im Schellack suchen wird. Ihn als färbendes Princip des Schellacks voraussetzen, dürfte unnöthig seyn, da ja das Harz an und für sich gefärbt seyn kann, und es unzweckmäſsig scheint, einen eigenen färbenden Stoff auch in dem Falle anzunehmen, wo er sich nicht durch Versuche als vorhanden nachweisen läſst. Überhaupt wäre zur Erreichung einer wissenschaftlichen Ansicht organischer Zusammensetzungen nichts mehr zu wünschen, als daſs die näheren Bestandtheile organischer Überreste vereinfacht, ihre Charaktere genauer bestimmt, und nicht jede Modification derselben sofort als selbstständiger Bestandtheil aufgeführt würde. Dadurch würden dann die langen Reihen der Bestandtheile, welche noch häufig als Resultate der Analysen organischer Überreste erscheinen, zum Vortheile der Wissenschaft abgekürzt, und das Gewissen des Experimentators mehr beruhigt, auf dem noch immer der Vorwurf oft schwer lasten mag, es seyen mehrere der gefundenen Bestandtheile erst durch die Einwirkung der Reagentien und der Wärme während des Zerlegungsprozesses erzeugt worden.

* * *

Da man nicht immer *Javell*'sche Lauge vorräthig hat, und sie auch nicht immer frisch bereiten kann, versuchte ich den Chlorkalk zur Bereitung des Firnisses anzuwenden. Dieser kann trocken in verschlossenen Ge-

fäſsen lange verwahrt werden, ist gegenwärtig bei uns allerorts um geringen Preis käuflich zu haben, und gibt so ein bequemes Mittel an die Hand, kleine Mengen des Firnisses schnell und leicht zu erzeugen, ohne daſs man sich den belästigenden Chlordämpfen selbst aussetzt, wie dieſs bei Darstellung der *Javell'*schen Lauge unvermeidlich ist. Diese Methode dürfte dem Naturaliensammler, dem Mahler u. a., die sich solchen Firniſs erzeugen wollen, vorzüglich erwünscht seyn, wenn sie nicht im Besitze chemischer Apparate sind, oder sie nicht gehörig handzuhaben wissen, und die schädliche Einwirkung des Chlorgases auf die Respirationswege scheuen, die unvermeidlich eintritt, wenn man nicht mit der gröſsten Vorsicht bei der Bereitung desselben verfährt, und im Falle des dadurch erzeugten Luftröhrenkrampfes die entsprechenden Gegenmittel schleunig anwendet. Man braucht den trockenen Chlorkalk nur im Wasser zu einem dünnflüssigen Brei anzurühren, und diesen zu filtriren, um ihn zur Bereitung des Firnisses anwenden zu können. Gieſst man die Chlorkalklösung in die Schellacktinctur, so erreicht man seinen Zweck nicht. Es scheidet sich das ganze Harz mit einem Male ungebleicht aus, und die darüber stehende Flüssigkeit wird milchweiſs und undurchsichtig. — Das Schellackharz scheint mit dem Kalk nicht, nur mit dem Kali eine auflösliche Verbindung zu geben, und da es zum Gelingen des Bleichungsprozesses unentbehrlich scheint, daſs das Harz in möglichst innige Berührung mit dem Chlor gebracht werde, so kann auf diesem Wege die ausgeschiedene Harzmasse höchstens an der Oberfläche etwas gebleicht werden. Sie verändert ihre Farbe auch nicht, wenn man sie längere Zeit in der Chlorkalklösung liegen läſst, und müſste von neuem im Weingeist gelöset, und dann auf einem anderen Wege gebleicht werden. Vollkom-

men gelingt indeſs die Bleichung, wenn in die concentrirte Chlorkalklösung, unter ununterbrochenem lebhaften Umrühren derselben, die Schellacktinctur in einem dünnen Strahle gegossen wird. Die trübe weiſse Flüssigkeit wird dann durch Salzsäure zerlegt, das abgeschiedene Harz, welches ebenfalls 144.00 beträgt, wird dann im Wasser ausgekocht und ausgepreſst, und zwar sorgfältiger als das nach der ersten Methode bereitete, weil der salzsaure Kalk schwerer als der schwefelsaure zu entfernen ist. Da bei der Vermengung beider Flüssigkeiten eine bedeutende Menge Chlorgas frei wird, so dürfte, falls Nicht-Chemiker diese Methode durchführen wollten, die Warnung nicht überflüssig seyn, nie anders als mit verbundenem Munde zu arbeiten, und das Gesicht so viel möglich von der Öffnung des Präcipitirgefäſses abzuwenden, da Chlordämpfe den Augen nicht minder als den Lungen empfindlich sind.

* * *

Noch einfacher schien mir die Methode, das Harz zu bleichen, indem ein Chlorgasstrom unmittelbar durch die Schellacktinctur geleitet würde. Es wird ein geringer, blendend weiſser Absatz erzeugt, und der gröſste Theil des Harzes bleibt aufgelöset; die Auflösung wird aber nicht farbenlos, sondern roth, und scheint Salzäthergeist zu enthalten. Fällt man durch Zugieſsen von Wasser das Harz ganz heraus, so erscheint dieſs zwar schön weiſs, ist aber darum nicht gebleicht, denn es hat seine weiſse Farbe nur daher, weil es Hydrat ist. Wird es getrocknet, so wird es gelb, und gibt einen Firniſs, der vom ungebleichten Schellackfirniſs nicht verschieden ist. Wohl aber gelingt das Bleichen, wenn man die Tinctur im dünnen Strahle in lebhaft umgerührtes, concentrirtes, flüssiges Chlor gieſst. Hierbei schei-

det sich die *Lacksäure* auf der Oberfläche ohne Absatz aus, und kann mit Wasser ausgekocht und zum Firniſs verwendet werden. Die im Weingeist unlöslichen Theile bleiben im Chlor gelöset zurück, und werden durch Zusatz von carbonsaurem Kali ausgeschieden. Dieser Versuch scheint zu beweisen, daſs zum Bleichen des Harzes durch Chlor nicht wesentlich nothwendig sey, daſs das Harz, indem es zur *Lacksäure* wird, in Kali gelöset werde; jedoch ist letzteres immer vortheilhafter, denn da durch die Auflösung des Harzes seine Berührungspuncte mit dem Chlor vervielfältigt werden, so ist auch dabei eine viel geringere Menge desselben zum Bleichen nöthig, als wenn dieses im ungebundenen Zustande angewendet wurde. Ich erhielt bei einem Versuche, wo eine Tinctur, die 0.5 Loth Schellack enthielt, mit 13 Loth flüssigem Chlor gemengt wurde, noch keine vollständige Bleichung, das Harz war noch gelblich, und wog auf 100 Th. berechnet nur 120.00 statt 144.00.

Bei den angeführten Bereitungsmethoden trat jedoch immer der unwillkommene Umstand ein, daſs man den Lack zwei Mal in Alkohol auflösen muſste, um ihn als Firniſs gebrauchen zu können. Ich versuchte daher eine Auflösung des Schellacks in Kali unmittelbar durch Chlorgas zu bleichen. Schellack löset sich in der kalten und heiſsen Ätzlauge leicht auf, und gibt eine blutrothe Auflösung und einen geringen nelkenbraunen Absatz. Wird nun durch jene Chlorgas geleitet, so wird sie farbenlos, ein weiſses Harz scheidet sich schwimmend auf der Oberfläche aus, und das Wachs bleibt schwebend in der Lauge, und setzt sich theils von selbst, theils auf dem Filtrum ab, in allen seinen Eigenschaften dem Bienenwachse ähnlicher, als das bei den früheren Versuchen zurück bleibende. — Das Harz war aber weich, wurde dieſs nach dem Kochen mit Wasser noch mehr,

und klebte sehr stark. Es löste sich in Alkohol mit geringem, in Äther ohne allen Rückstand, war aber dem ungeachtet als Firniſs unbrauchbar, denn dieser trocknete nur langsam und unvollkommen, und gab einen undurchsichtigen Überzug, der immer klebend blieb. Worin dieser auffallende Unterschied dieses Harzes von der *Lacksäure* lag, wage ich nach meinen bisherigen Versuchen nicht zu bestimmen.

Die Ausscheidung des nelkenbraunen Niederschlages, der 32.00 betrug, scheint eine theilweise Zerlegung des Harzes durch das Kali anzuzeigen; denn da, nach abfiltrirtem Niederschlage, die Lauge, als sie gebleicht wurde, doch noch Wachs absetzte, so enthielt dieser nicht bloſs die, oben berührten, in Alkohol unlöslichen Bestandtheile. Indeſs konnte auch ihm durch Alkohol *Cerin* entzogen werden, und der bedeutende in Alkohol und Säuren unlösliche Rest wurde dadurch heller gefärbt. Auch scheint durch die Einwirkung des Kali während der Auflösung ein Suppurificationsprozeſs Statt gefunden zu haben, denn selbst das ungebleichte Harz wog, von dem Kali durch Säure geschieden, 80.00, welches zugleich mit dem braunen Niederschlage 112.00, mithin einen Zuwachs von 12.00 gibt, auch war das gebleichte und ungebleichte Harz, besonders nach dem Kochen mit Wasser, der Elainsäure sehr ähnlich. Während des Bleichens durch die chlorichtsauren Salze scheint theils durch das aufsteigende freie Chlor der Zutritt der Atmosphäre abgehalten, theils durch die so rasch vor sich gehende Oxydation des Harzes und Auflösung desselben in den Basen die Bildung der Lacksäure bedingt worden zu seyn, die mit dem gegenwärtig besprochenen halbflüssigen Harze gar keine Ähnlichkeit hat. — Da die Bildung des letzteren mit der genaueren Kenntniſs des Firnisses in keiner Verbindung steht, so behalte ich mir

bevor, sie einer besonderen Untersuchung zu unterwerfen, bei welcher Gelegenheit ich auch näher bestimmen werde, ob das gebleichte harte Schellackharz auch Verbindungen eingehen kann, die den ihr vorläufig beigelegten Namen Lacksäure rechtfertigen können.

III.
Merkwürdige Bildung von Steinkohle.

Am 26. Mai dieses Jahres wurde in einem Erdaufwurfe auf der Simeringerheide nächst Wien, der bei den Artillerieübungen benützt wird, ein Stück Steinkohle gefunden, welches darum einer besonderen Erwähnung werth ist, weil sich über das Entstehen desselben sowohl in Beziehung auf den Stoff, der es geliefert, als auch auf die Zeit, innerhalb welcher es gebildet wurde, mehr sagen läſst, als es in den bisher bekannten Fällen möglich war.

Das erwähnte Stück Steinkohle fand man an der Stelle *a* des in Fig. 14 abgebildeten Walles, wovon $AB = 4^1/_2$ Kl. $BC = 9$ F. 5 Z. betrug. Es ist gewiſs, daſs sie früher ein Pflock war, indem die ganze Gestalt und die zugespitzte Form desselben noch deutlich und bestimmt zu erkennen war. Seit dem Jahre 1784 ist man beim Ausbessern des Erdaufwurfes nicht so tief gekommen, als der Pflock lag, und daher kein Zweifel, daſs letzterer durch 45 Jahre in der Erde gelegen hat. Von jeher werden die zum Baue erforderlichen Pflöcke bei der k. k. Artillerie aus weichem, Kiefern-, Tannen- oder Fichtenholze gemacht, und so ist es höchst wahrscheinlich, daſs es eine dieser harzreichen Holzarten war,

welche die Veränderung in Steinkohle unter den oben angegebenen Umständen erlitten hat.

Herr Baron *Smolla*, Lieutenant beim k. k. Bombardier-Corps, und Professor der Physik und Chemie bei eben demselben, hatte die Güte, die chemischen und physischen Eigenschaften dieser Kohle näher zu untersuchen, und Folgendes mitzutheilen:

Gestalt: Unregelmäſsig.

Bruch: Flach muschelig, wie bei der gewöhnlichen Braunkohle.

Glanz: Unvollkommener Fettglanz.

Farbe: Sehr dunkel schwarzbraun.

Strich: Braun, nicht schwarzbraun.

Zusammenhang der Theile: Spröde, nicht in hohem Grade, läſst sich jedoch im Mörser zu dem feinsten Pulver zerreiben.

Härte: 1.5 (nach der *Mohs*'schen Härtescale).

Specifisches Gewicht: 1.324.

Das spec. Gewicht stimmt demnach am nächsten mit dem der Schwarzkohle von *Newcastle*, das 1.329 ist, zusammen.

Übrigens besitzt sie ziemlich deutlich die Textur des Holzes, jedoch bei weitem nicht die Spaltbarkeit derjenigen Holzarten, aus deren einer sie wahrscheinlich gebildet wurde.

Zum Entzünden braucht diese Steinkohle eine deutliche Rothglühhitze, verbrennt dabei mit schwacher, nicht lange anhaltender, leuchtender Flamme, und Verbreitung des Geruches gewöhnlicher verbrennender Steinkohlen.

Bei der Destillation erscheinen die Producte harzarmer Steinkohlen; es bleiben hierbei 47,1 pCt. Kohlen zurück, die nur an einigen Stücken eine schwache Spur von Schmelzung zeigen, und wo auch nur selten, wenn

man kleine Stücke destillirt, zwei derselben zusammenbacken. Dieser Rückstand ist übrigens weicher als die Steinkohle selbst, färbt schwach ab, jedoch bedeutend weniger als Holzkohle. — Das flüssige Destillationsproduct besteht aus dem brandigen Öhle, welches in ziemlicher Menge erscheint, und einer wässerigen Flüssigkeit; das erstere besitzt ganz den Geruch des Brandöhls der gewöhnlichen Steinkohlen, die wässerige Flüssigkeit dagegen unterscheidet sich dadurch von dem entsprechenden Destillate der gewöhnlichen Steinkohlen, daſs sie nicht vorwaltend kohlens. Ammoniak, sondern Essigsäure enthält; dessen ungeachtet enthält sie auch Ammoniak, denn wenn man etwas derselben mit Kalilauge langsam erhitzt, so wird in den entweichenden Dämpfen Curcumepapier deutlich gebräunt. In dieser Beziehung steht also diese Kohle dem Holze noch näher als viele Braunkohlen.

Beim Verbrennen bleiben 3 pCt. einer vollkommen weiſsen Asche zurück, die *kein Kali* enthält, und in der Alaunerde, Gyps, schwefelsaure Alaunerde und etwas Kieselerde nachgewiesen wurden; man suchte vergebens Eisenoxyd, salzsaure Salze, Schwefelcalcium u. s. w.

IV.

Über den Barometer- und Thermometerstand in Wien, nach achtjährigen Beobachtungen.

Die Resultate der an der hiesigen k. k. Sternwarte angestellten Beobachtungen des Luftdruckes und der Luftwärme werden zwar jährlich sowohl in mehreren öffentlichen hier erscheinenden Blättern als in den Annalen

der Sternwarte in einer kurzen Übersicht bekannt gemacht, und es dürfte darum überflüssig scheinen, dafs auch hier noch dieses Gegenstandes Erwähnung geschieht; allein weil solche Resultate, wie sie jedes einzelne Jahr gibt, nicht an und für sich im isolirten Zustande, sondern durch ihre Zusammenstellung und durch Vergleichung mit einander den eigentlichen Gewinn für die allgemeine oder örtliche Climatologie abgeben; so mag wohl doch eine solche Zusammenstellung den kleinen Platz, welchen sie einnimmt, verdienen.

Barometerstand in Pariser Zollen.

1. Jänner.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.540	28.080	26.960
1822.	27.496	27.997	27.085
1823.	27.572	28.095	26.900
1824.	27.691	28.189	26.820
1825.	27.665	28.281	27.260
1826.	27.664	27.949	27.226
1827.	27.446	27.893	26.984
1828.	27.737	28.322	27.122
Durchschnitt	27.601	28.100	27.045

2. Februar.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.770	28.400	27.270
1822.	27.943	28.309	27.632
1823.	27.371	27.815	26.518
1824.	27.602	28.185	27.025
1825.	27.706	28.071	26.970
1826.	27.779	27.909	27.423
1827.	27.793	28.167	27.153
1828.	27.550	27.939	27.100
Durchschnitt	27.689	28.099	27.136

3. März.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.380	27.730	26.800
1822.	27.809	28.302	27.092
1823.	27.538	27.911	27.018
1824.	27.443	27.931	26.768
1825.	27.734	28.152	27.179
1826.	27.575	28.113	27.098
1827.	27.444	27.871	27.052
1828.	27.440	27.864	26.966
Durchschnitt	27.545	27.984	26.996

4. April.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.430	27.880	26.940
1822.	27.632	27.930	27.294
1823.	27.486	27.915	27.100
1824.	27.520	28.000	27.005
1825.	27.639	27.923	27.247
1826.	27.509	27.763	26.996
1827.	27.595	27.913	27.104
1828.	27.469	28.000	26.989
Durchschnitt	27.535	27.918	27.109

5. Mai.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.570	27.830	27.190
1822.	27.611	27.950	27.200
1823.	27.631	27.936	27.330
1824.	27.549	27.898	27.198
1825.	27.611	27.809	27.220
1826.	27.398	27.533	27.174
1827.	27.453	27.652	27.147
1828.	27.509	27.793	27.253
Durchschnitt	27.541	27.800	27.214

6. Juni.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.530	27.750	27.220
1822.	27.966	27.977	27.422
1823.	27.515	27.760	27.198
1824.	27.495	27.768	27.008
1825.	27.605	27.795	27.308
1826.	27.569	27.699	27.295
1827.	27.461	27.633	27.254
1828.	27.597	27.765	27.282
Durchschnitt	27.592	27.768	27.249

7. Juli.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.590	27.900	27.400
1822.	27.579	27.802	27.355
1823.	27.618	27.841	27.298
1824.	27.673	27.918	27.453
1825.	27.645	27.842	27.389
1826.	27.488	27.707	27.300
1827.	27.641	27.824	27.440
1828.	27.444	27.621	27.148
Durchschnitt	27.585	27.809	27.348

8. August.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.640	27.940	27.310
1822.	27.659	27.876	27.368
1823.	27.700	27.890	27.486
1824.	27.559	27.824	27.495
1825.	27.584	27.802	27.321
1826.	27.568	27.809	27.370
1827.	27.537	27.866	27.323
1828.	27.501	27.747	27.046
Durchschnitt	27.593	27.844	27.377

9. September.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.570	27.810	27.180
1822.	27.699	27.896	27.227
1823.	27.684	28.002	27.248
1824.	27.671	28.000	27.270
1825.	27.605	27.842	27.200
1826.	27.544	27.806	27.191
1827.	27.663	27.931	27.334
1828.	27.641	27.914	27.375
Durchschnitt	27.635	27.900	27.253

10. October.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.670	28.000	27.170
1822.	27.628	27.965	27.130
1823.	27.596	27.960	27.120
1824.	27.488	27.882	26.916
1825.	27.726	28.098	26.615
1826.	27.580	27.778	27.209
1827.	27.542	27.853	27.030
1828.	27.723	28.100	27.321
Durchschnitt	27.619	27.954	27.064

11. November.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.690	28.060	27.120
1822.	27.768	28.162	27.302
1823.	27.793	28.122	27.230
1824.	27.499	27.830	27.035
1825.	27.496	27.842	26.923
1826.	27.413	27.797	26.792
1827.	27.573	27.883	27.048
1828.	27.704	28.128	27.420
Durchschnitt	27.592	27.978	27.109

12. December.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	27.470	28.070	26.490
1822.	27.801	28.145	27.208
1823.	27.598	28.140	27.295
1824.	27.633	28.060	27.140
1825.	27.490	27.809	27.240
1826.	27.527	27.960	27.023
1827.	27.650	28.067	27.136
1828.	27.757	28.215	27.345
Durchschnitt	27.591	28.058	27.109

Aus diesem Zahlenverzeichnisse läſst sich Einiges über den Gang des Luftdruckes in Wien näher bestimmen.

Der mittlere Luftdruck ist für die einzelnen Jahre folgender:

Jahr.	Luftdruck.	Jahr.	Luftdruck.
1821.	27.571	1825.	27.625
1822.	27.693	1826.	27.550
1823.	27.592	1827.	27.567
1824.	27.569	1828.	27.589

Durchschnitt aus allen Beobachtungen 27.594.

Der mittlere Luftdruck in den einzelnen Monaten ist im Februar am gröſsten, im April am kleinsten; der mittlere Stand im August ist, so weit die angeführten Beobachtungen reichen, dem mittleren Barometerstande vollkommen gleich. Daſs dieses ein zufälliges Zusammentreffen sey, dürfte kaum zu erwähnen Noth thun, indeſs scheint doch dieser Monat selbst bei einer kleineren Anzahl von Beobachtungen einen Druck zu geben, der dem Jahresdurchschnitte stets am nächsten kommt.

Die mittlere Variation des Luftdruckes, d. h. die

Differenz aus dem höchsten und tiefsten Barometerstande jedes Monates beträgt im Durchschnitte 0.758 Z. = 9 L. Die monatliche Variation ist im März am gröſsten, im Juli am kleinsten; sie steigt fast regelmäſsig vom Juli bis März, und nimmt eben so vom März bis Juli wieder ab. Folgende Tafel enthält diese Variation für jeden Monat:

Monat.	Variation.	Monat.	Variation.
Jänner . .	0.955 Z.	Juli . . .	0.461 Z.
Februar . .	0.963 »	August .	0.467 »
März . . .	0.988 »	September	0.647 »
April . . .	0.809 »	October .	0.890 »
Mai . . .	0.586 »	November	0.869 »
Juni . . .	0.519 »	December	0.949 »

Zu einer ähnlichen Übersicht über den monatlichen und jährlichen Gang der Wärme gelangt man mittelst folgender Tabellen:

Thermometerstand nach der 80theiligen Scale.

1. Jänner.

NB. Grade, welche kein Vorzeichen haben, sind als positiv anzusehen.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	1.00	8.5	— 7.5
1822.	1.63	6.5	— 3.8
1823.	— 5. 7	3.3	— 13.6
1824.	0.55	9.5	— 7.0
1825.	1.93	8.5	— 3.5
1826.	— 4.88	3.5	— 12.5
1827.	— 0.54	6.0	— 9.5
1828.	— 1.01	8.3	— 11.5
Durchschnitt	— 0.88	6.76	— 8.61

2. Februar.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	— 0.93	8.5	— 6.0
1822.	2.26	11.8	— 3.0
1823.	0. 3	6.0	— 6.0
1824.	2.80	11.0	— 5.0
1825.	1.12	7.2	— 8.0
1826.	— 1.49	6.0	— 7.5
1827.	— 2.31	7.8	—10.5
1828.	— 1.59	8.0	—12.5
Durchschnitt	0.02	8.29	— 7.31

3. März.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	3.13	16.0	—11.5
1822.	7.31	16.2	0.8
1823.	4. 6	15.3	— 1.5
1824.	3.97	15.1	— 2.5
1825.	1.91	16.5	— 5.5
1826.	4.75	14.5	0.0
1827.	5.38	15.0	— 0.5
1828.	4.73	13.0	— 5.0
Durchschnitt	4.47	15.20	— 3.41

4. April.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	10.23	18.5	4.5
1822.	9.82	20.3	1.5
1823.	8. 4	18.5	0.5
1824.	6.75	19.9	0.8
1825.	9.34	22.5	2.5
1826.	8.53	17.3	1.5
1827.	10.20	19.5	2.5
1828.	9.88	19.5	— 0.4
Durchschnitt	9.14	19.50	1.67

5. Mai.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	12.50	19.2	5.8
1822.	14.51	24.2	7.2
1823.	13. 6	24.5	6.0
1824.	12.59	20.5	6.2
1825.	11.32	24.0	2.5
1826.	10.89	20.8	2.0
1827.	14.44	23.8	8.0
1828.	13.15	21.2	6.8
Durchschnitt	12.88	22.27	5.56

6. Juni.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	12.64	20.0	6.0
1822.	17.77	26.3	11.5
1823.	13. 9	24.5	7.2
1824.	14.91	24.5	7.5
1825.	15.44	27.1	8.0
1826.	15.86	24.8	7.5
1827.	16.90	26.2	7.8
1828.	15.94	26.0	10.5
Durchschnitt	15.42	24.92	8.25

7. Juli.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	15.31	23.2	8.7
1822.	18.31	30.5	11.5
1823.	15. 7	25.3	6.0
1824.	16.93	29.0	10.0
1825.	16.52	26.4	8.3
1826.	18.48	27.0	13.0
1827.	18.78	27.0	14.3
1828.	17.77	27.0	11.5
Durchschnitt	17.23	26.92	10.41

8. August.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	16.01	22.2	9.3
1822.	16.60	26.8	12.0
1823.	16.9	24.8	10.7
1824.	16.49	26.5	10.5
1825.	15.12	23.8	10.5
1826.	18.83	26.5	14.0
1827.	15.71	28.0	7.6
1828.	15.11	22.0	11.0
Durchschnitt	16.35	25.07	10.70

9. September.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	13.76	20.5	7.0
1822.	13.48	23.0	7.5
1823.	13. 6	22.8	7.3
1824.	14.62	24.0	5.0
1825.	12.74	20.4	6.0
1826.	13.94	23.0	6.5
1827.	12.68	19.0	4.0
1828.	12.43	20.5	5.8
Durchschnitt	13.41	21.65	6.14

10. October.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	8.39	14.5	1.0
1822.	10.70	20.0	4.5
1823.	9. 1	18.3	2.0
1824.	9.43	16.5	2.8
1825.	6.80	15.0	1.8
1826.	9.40	15.5	4.5
1827.	9.34	16.5	— 0.5
1828.	7.29	18.2	— 2.0
Durchschnitt	8.81	16.81	1.76

11. November.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	5.60	14.0	— 1.8
1822.	4.11	12.0	— 5.5
1823.	3. 9	10.5	— 1.2
1824.	5.13	12.5	0.5
1825.	5.61	12.5	0.0
1826.	3.35	10.2	— 0.5
1827.	0.30	7.0	— 9.0
1828.	4.14	11.0	— 3.0
Durchschnitt	4.02	11.21	— 2.56

12. December.

Jahr.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.
1821.	3.29	11.5	— 2.8
1822.	— 0.17	9.0	—10.0
1823.	1. 4	10.0	— 6.0
1824.	4.39	12.5	— 0.5
1825.	3.50	9.0	0.0
1826.	2.16	7.2	— 0.8
1827.	1.19	8.0	— 6.0
1828.	1.87	9.0	— 9.0
Durchschnitt	2.20	9.95	— 4.39

Mittlere Jahreswärme.

Jahr.	Temperatur.	Jahr.	Temperatur.
1821.	9.24	1825.	8.45
1822.	9.69	1826.	8.31
1823.	7.97	1827.	8.51
1824.	9.13	1828.	8.31

Allgemeines Mittel 8.70.

Aus dieser Zusammenstellung ersieht man, daſs die mittleren Temperaturen der einzelnen Jahre, so sehr

diese auch in Betreff des Gedeihens oder Fehlschlagens einzelner Früchte verschieden seyn mögen, nur sehr wenig von einander abweichen. Unter den acht Beobachtungsjahren hat das Jahr 1823 die geringste, das Jahr 1822 die gröſste mittlere Temperatur, aber der Unterschied beträgt nur 1°.72. Unter den mittleren Temperaturen der einzelnen Monate stimmt die des Octobers mit der mittleren Jahrestemperatur am nächsten überein. Nach dem achtjährigen Durchschnitte beläuft sich der Unterschied zwischen diesen beiden nur auf 0°.11; wenn man aber die mittlere Temperatur jedes einzelnen Jahres mit dem im October desselben Statt findenden mittleren Wärmegrade vergleicht, so fällt der Unterschied durchaus gröſser aus, doch kommt die Temperatur keines anderen Monates der mittleren Jahrestemperatur näher, als gerade die des Octobers. Die Wärme des Aprils, welche nach *v. Humboldt* auch mit der mittleren Jahreswärme nahe zusammenfallen soll, weicht in Wien stärker von derselben ab, als daſs man es für erlaubt halten könnte, beide als übereinstimmend anzunehmen; doch ist unter allen Monaten nach Ausschluſs des Octobers der April derjenige, dessen Temperatur der Jahrestemperatur am nächsten kommt. Es folgen überhaupt die einzelnen Monate nach Maſsgabe der Differenz zwischen der ihnen und dem ganzen Jahre entsprechenden Temperatur so auf einander: October, April, Mai, März, November, September, December, Juni, August, Juli, Februar, Jänner. Es wäre nicht uninteressant, von Orten, deren geographische Lage und andere die climatischen Verhältnisse bestimmende Umstände von einander stark abweichen, die Reihenfolge der Monate zu kennen, in welche diese nach Maſsgabe ihrer mittleren Temperatur im Vergleich mit der Jahrestemperatur gestellt werden müssen, und man würde daraus wahrschein-

lich manches ableiten können, das uns so lange unbekannt bleiben wird, als wir die Vertheilung der Wärme auf der Erde bloſs aus dem Zuge der isothermen Linien entnehmen wollen. Für Wien und die mit der Hauptstadt in climatischer Hinsicht übereinstimmende Umgebung weicht die Temperatur des kältesten Monates von der mittleren Jahrestemperatur am meisten ab, und die Temperatur des heiſsesten, des Juli, folgt nicht einmal unmittelbar darauf, sondern es geht noch der Februar als der nächst kälteste voraus. Nimmt man sich die Erlaubniſs, die Temperatur über dem jährlichen Mittel *Wärme*, die unter demselben *Kälte* zu nennen, so kann man sagen: In Wien und in der Umgebung ist die Kälte intensiver als die Wärme, aber letztere ist anhaltender als erstere. Sieben Monate des Jahres haben eine höhere Temperatur als die mittlere Jahreswärme ist, und nur in den übrigen fünf bleibt die Temperatur im Durchschnitt unter der jährlichen zurück.

Daſs dieser Umstand auf den Zustand unserer Vegetation von groſsem Einflusse ist, und deſshalb Beachtung verdient, ist nicht zu läugnen, da man weiſs, wie ganz verschieden in dieser Hinsicht eine mäſsig warme, aber anhaltende, und eine wärmere, aber nur kurz dauernde Zeit wirkt. Aus einer Vergleichuug der mittleren Jahrestemperatur mit der des heiſsesten und kältesten Monates, die ich für vierzehn verschiedene Orte von der geographischen Breite 0° — 74° anstellte, ergab sich, daſs ein ähnliches Verhältniſs an den meisten Puncten der Erdoberfläche Statt finde. Mit diesen Beobachtungen steht eine nähere Berücksichtigung des Zeichens der jedem Monate entsprechenden Temperatur in Verbindung. Der mittlere Wärmegrad liegt den acht hier betrachteten Beobachtungsjahren gemäſs nur im Jänner unter dem Eispuncte (ist negativ), alle übrigen Monate

haben eine positive Mittelwärme. Berücksichtiget man jedes einzelne Jahr für sich, so findet man, dafs nur im Jänner fast jährlich der mittlere Wärmegrad unter dem Eispuncte liege; im Februar und December herrscht zwar meistens, aber doch nicht alljährlich eine Temperatur, die im Durchschnitt unter dem Eispuncte liegt. Die niedrigste Temperatur, so weit sie die Beobachtungen, welche nur täglich drei Mal angestellt werden, angeben, ist im Durchschnitt im Jänner, Februar, März und December durchaus negativ; in einzelnen Jahren liegt selbst die niedrigste monatliche Temperatur des Aprils, Octobers und Novembers unter dem Eispuncte.

So nahe auch die mittleren Wärmegrade der einzelnen Jahre mit einander übereinstimmen, so ist doch nicht in jedem Jahre die Wärme in die einzelnen Monate auf gleiche Weise vertheilt, und man erhält für denselben Monat aus Beobachtungen einzelner Jahre sehr verschiedene Mitteltemperaturen. Nach den hier besprochenen Beobachtungsresultaten ist die mittlere Temperatur des Septembers am meisten, die des Jänners am wenigsten beständig.

Keines der acht Beobachtungsjahre ist von der Art, dafs die Temperatur jedes seiner Monate gröfser oder kleiner wäre als die der übrigen, sondern in einem Jahre steht der eine, im anderen der andere Monat in Betreff seiner Mittelwärme im offenbaren Vor- oder Nachtheil gegen denselben Monat der anderen Jahre. Das Jahr 1822 steht aber doch in dieser Hinsicht oben an; denn in vier Monaten steht seine Temperatur im Vergleich zu der Temperatur derselben Monate der übrigen Jahre oben an, und nur ein Monat behauptet hierin den letzten Platz, und es ist bekannt, dafs gerade dieses Jahr durch seine besondere Fruchtbarkeit ausgezeichnet war.

V.

Über Reihen, deren Differenzenreihen wiederkehren;

von

Joseph L. Raabe.

Sind die auf einander folgenden Differenzen der Glieder einer Reihe gegeben, so ist man im Stande, jedes beliebige Glied, wie auch die Summe einer beliebigen Anzahl benachbarter Glieder derselben mit Hülfe der allgemein bekannten Formeln zu bestimmen. In dem besonderen Falle, wenn irgend eine Reihe der Differenzen, die man sich aus der vorgelegten Reihe ableitet, aus gleich grofsen Gliedern besteht, dergestalt, dafs die Glieder der nächst folgenden Differenzenreihe durchaus verschwinden, in welchem Falle die Reihe eine *arithmetische* genannt zu werden pflegt, läfst sich ihr allgemeines Glied wie auch ihre Summenformel durch einen geschlossenen Ausdruck darstellen. Aufser den arithmetischen Reihen gibt es aber noch andere, deren Differenzenreihen nie abbrechen, und dennoch für ihre allgemeinen Glieder wie auch für ihre Summenformeln geschlossene Ausdrücke gestatten, wozu jene Reihen gehören, deren Differenzenreihen, von irgend einer angefangen, sich periodisch wiederholen. Vorliegender Aufsatz beschäftiget sich mit der Entwickelung der Ausdrücke für die allgemeinen Glieder und Summenformeln solcher Reihen.

1) Für jede Reihe von Gröfsen

$$x_0,\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots\ x_n,\ x_{n+1},\ \ldots$$

hat man bekanntlich, wenn der Kürze wegen

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(n-p+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\ldots\ldots p}$$

gesetzt, und die allgemein übliche Bezeichnungsart der Differenzen beibehalten wird:

$$x_n = x_0 + \binom{n}{1}\Delta x_0 + \binom{n}{2}\Delta^2 x_0 + \binom{n}{3}\Delta^3 x_0 + \ldots$$
$$\ldots + \binom{n}{p}\Delta^p x_0$$
$$+ \binom{n}{p+1}\Delta^{p+1} x_0 + \binom{n}{p+2}\Delta^{p+2} x_0 + \binom{n}{p+3}\Delta^{p+3} x_0 + \ldots$$
$$\ldots + \binom{n}{2p}\Delta^{2p} x_0$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \Delta^n x_0.$$

Ist die vorgelegte Reihe von der Beschaffenheit, dafs ihre Differenzenreihen, von irgend einer Stelle angefangen, periodisch wiederkehren, so läfst sich dieser Ausdruck für x_n auf eine begrenzte Anzahl von Gliedern zusammenziehen.

Es sey nämlich bei der vorgelegten Reihe überhaupt die $(p+m)^{te}$ Differenzenreihe mit der p^{ten} identisch, so werden auch sämmtliche Differenzenreihen von der $(p+m)^{ten}$ bis zur $(p+2m)^{ten}$, so wie jene von der $(p+2m)^{ten}$ bis zur $(p+3m)^{ten}$, und allgemein jene von der $(p+(a-1)m)^{ten}$ bis zur $(p+am)^{ten}$ mit jenen, die innerhalb der p^{ten} und der $(p+m)^{ten}$ liegen, der Ordnung nach identisch. Man hat also die Gleichung

$$\Delta^{p+am+q}\,x_0 = \Delta^{p+q}\,x_0,$$

in welcher a jede ganze positive Zahl, die Nulle mitbegriffen, vorstellen kann, und $q < m$ gedacht wird.

Berücksichtiget man diese letzte Gleichung, so geht obiger Ausdruck für x_n in folgenden über:

$$
\left.
\begin{aligned}
x_n = x_0 &+ \binom{n}{1}\Delta x_0 + \binom{n}{2}\Delta^2 x_0 + \cdots \\
&\qquad \cdots + \binom{n}{p-1}\Delta^{p-1} x_0 \\
&+ \left[\binom{n}{p} + \binom{n}{p+m} + \binom{n}{p+2m} + \cdots \right. \\
&\qquad \left. \cdots + \binom{n}{p+am} + \cdots \right]\Delta^p x_0 \\
&+ \left[\binom{n}{p+1} + \binom{n}{p+m+1} + \binom{n}{p+2m+1} + \cdots \right. \\
&\qquad \left. \cdots + \binom{n}{p+am+1} + \cdots \right]\Delta^{p+1} x_0 \\
&+ \left[\binom{n}{p+2} + \binom{n}{p+m+2} + \binom{n}{p+2m+2} + \cdots \right. \\
&\qquad \left. \cdots + \binom{n}{p+am+2} + \cdots \right]\Delta^{p+2} x_0 \\
&+ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&+ \left[\binom{n}{p+m-1} + \binom{n}{p+2m-1} + \binom{n}{p+3m-1} + \cdots \right. \\
&\qquad \left. \cdots + \binom{n}{p+(a+1)m-1} + \cdots \right]\Delta^{p+m-1} x_0
\end{aligned}
\right\} \quad (1)
$$

2) Um also x_n durch einen geschlossenen Ausdruck geben zu können, mufs man die Coefficienten von $\Delta^p x_0$, $\Delta^{p+1} x_0$ etc., welche sich hier als Reihen darstellen, summiren.

Zu diesem Zwecke stelle $f_q(n)$ den Coefficienten von $\Delta^{p+q} x_0$ vor, wo q jede ganze Zahl von 0 bis $m-1$ bedeuten kann, so dafs

$$
f_q(n) = \binom{n}{p+q} + \binom{n}{p+q+m} + \binom{n}{p+q+2m} + \binom{n}{p+q+3m} + \ldots \text{ ist.}
$$

Nimmt man m auf einander folgende Differenzen dieser Gleichung unter der Annahme $\Delta n = 1$, so wird die m^{te} Differenz folgende seyn:

$$f_q(n+m) - \binom{m}{1} f_q(n+m-1) + \binom{m}{2} f_q(n+m-2) - \ldots$$
$$\ldots + (-1)^m f_q(n) = f_q(n) + \binom{n}{g},$$

wo der Kürze wegen $p+q-m=g$ gesetzt worden ist.

Ist m eine ungerade Zahl, so geht die letzte Gleichung in folgende über:

$$f_q(n+m) - \binom{m}{1} f_q(n+m-1) + \binom{m}{2} f_q(n+m-2) - \ldots$$
$$\ldots - 2 f_q(n) = \binom{n}{g} \ldots (2)$$

und wenn m eine gerade Zahl ist, staltet sich diese Gleichung in folgende um:

$$f_q(n+m) - \binom{m}{1} f_q(n+m-1) + \binom{m}{2} f_q(n+m-2) - \ldots$$
$$\ldots - \binom{m}{1} f_q(n+1) = \binom{n}{g} \ldots (3)$$

Es handelt sich also blofs noch um die Integralien der Gleichungen (2) und (3).

3) Der Integration der Gleichung (2) mufs die Integration der Differenzengleichung

$$f_q(n+m) - \binom{m}{1} f_q(n+m-1) + \binom{m}{2} f_q(n+m-2)$$
$$- \binom{m}{3} f_q(n+m-3) + \ldots - 2 f_q(n) = 0 \ldots (4)$$

vorangehen.

Nimmt man für diese letzte Gleichung

$$f_q(n) = a^n,$$

wo a einstweilen noch unbestimmt und von n unabhängig gedacht wird, so hat man

$$f_q(n+1) = a^{n+1}, \quad f_q(n+2) = a^{n+2}, \text{ etc.}$$
$$f_q(n+m) = a^{n+m}.$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung (4), so ergibt sich

$$a^m - \binom{m}{1} a^{m-1} + \binom{m}{2} a^{m-2} - \binom{m}{3} a^{m-3} + \ldots$$
$$\ldots + \binom{m}{1} a - 2 = 0$$

$$\text{oder} \quad (a-1)^m - 1 = 0.$$

Weil hier m eine ungerade Zahl ist, so hat man, wenn

$$\alpha = \cos.\frac{2\pi}{m} + \sqrt{-1}\,\sin.\frac{2\pi}{m}$$

gesetzt wird, folgende Werthe für a:

$2,\ 1+\alpha,\ 1+\alpha^2,\ 1+\alpha^3,\ 1+\alpha^4,\ \ldots\ 1+\alpha^{m-2},\ 1+\alpha^{m-1},$

und das Integrale der Gleichung (4) ist deſshalb

$$f_q(n) =$$
$$= b_0 \cdot 2^n + b_1(1+\alpha)^n + b_2(1+\alpha^2)^n + b_3(1+\alpha^3)^n + \ldots$$
$$\ldots + b_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^n,$$

wo b_0, b_1, b_2, b_3, ... b_{m-1} die m willkürlichen Constanten sind, welche das Integral der obigen Differenzengleichung enthalten muſs.

Um nun zum Integrale der Gleichung (2) zu gelangen, nehme man für diese Gleichung

$$f_q(n) =$$
$$= b_0 \cdot 2^n + b_1(1+\alpha)^n + b_2(1+\alpha^2)^n + b_3(1+\alpha^3)^n + \ldots$$
$$\ldots + b_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^n \quad \ldots (5)$$

an, und denke sich die Gröſsen b_0, b_1, b_2, b_3, ... als noch unbekannte Functionen von n, so wird

$$f_q(n+1) =$$
$$= b_0 \cdot 2^{n+1} + b_1(1+\alpha)^{n+1} + b_2(1+\alpha^2)^{n+1} + b_3(1+\alpha^3)^{n+1} + \ldots$$
$$\ldots + b_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}$$
$$+ 2^{n+1}\Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + (1+\alpha^3)^{n+1}\Delta b_3 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1}.$$

Läſst man nun

$$2^{n+1}\Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = 0 \quad \ldots (6)$$

seyn, so hat man

$$f_q(n+1) =$$

$$= b_0 . 2^{n+1} + b_1(1+\alpha)^{n+1} + b_2(1+\alpha^2)^{n+1} + b_3(1+\alpha^3)^{n+1} + \ldots$$
$$\ldots + b_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}.$$

Aus dieser Gleichung findet man, wenn man

$$2^{n+2} . \Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+2} \Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+2} \Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+2} \Delta b_{m-1} = 0 \ldots (7)$$

setzt:

$$f_q(n+2) =$$

$$= b_0 . 2^{n+2} + b_1(1+\alpha)^{n+2} + b_2(1+\alpha^2)^{n+2} + b_3(1+\alpha^3)^{n+2} + \ldots$$
$$\ldots + b_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+2}.$$

Fährt man auf diese Weise in der Bestimmung von $f_q(n+3)$, $f_q(n+4)$ etc. fort, und substituirt man die erhaltenen Ausdrücke für $f_q(n)$, $f_q(n+1)$, $f_q(n+2)$ etc. in die Gleichung (2), so wird man nebst (6) und (7) noch folgende Gleichungen zur Bestimmung von b_0, b_1, b_2, b_3, ... erhalten:

$$2^{n+3} \Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+3} \Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+3} \Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+3} \Delta b_{m-1} = 0$$

. . . .

$$2^{n+m-1} \Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+m-1} \Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+m-1} \Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+m-1} \Delta b_{m-1} = 0$$

$$2^{n+m} \Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+m} \Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+m} \Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+m} \Delta b_{m-1} = \binom{n}{g}.$$

Subtrahirt man von der zweiten dieser Gleichungen die erste, dann von der dritten die zweite, von der vierten die dritte u. s. w., so ergeben sich mit Beibehaltung der ersten Gleichung folgende Gleichungen:

$$2^{n+1} \Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+1} \Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+1} \Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+1} \Delta b_{m-1} = 0$$

$$2^{n+1} \Delta b_0 + \alpha(1+\alpha)^{n+1} \Delta b_1 + \alpha^2(1+\alpha^2)^{n+1} \Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+1} \Delta b_{m-1} = 0$$

$$2^{n+2}\Delta b_0 + \alpha(1+\alpha)^{n+2}\Delta b_1 + \alpha^2(1+\alpha^2)^{n+2}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = 0$$

. . . .

$$2^{n+m-2}\Delta b_0 + \alpha(1+\alpha)^{n+m-2}\Delta b_1 + \alpha^2(1+\alpha^2)^{n+m-2}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+m-2}\Delta b_{m-1} = 0$$
$$2^{n+m-1}\Delta b_0 + \alpha(1+\alpha)^{n+m-1}\Delta b_1 + \alpha^2(1+\alpha^2)^{n+m-1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{n+m-1}\Delta b_{m-1} = 0.$$

Zieht man ferner von der dritten dieser Gleichungen die zweite ab, dann von der vierten die dritte u. s. w., so erhält man mit Beibehaltung der beiden ersten des letzten Systems von Gleichungen ein neues System von m Gleichungen, welche die letzten ersetzen.

In diesem so erhaltenen Systeme von Gleichungen subtrahire man wiederum von der vierten die dritte, von der fünften die vierte u. s. w., so wird sich mit Beibehaltung der drei ersten Gleichungen des vorigen Systems ein neues System von m Gleichungen ergeben, welches das letztere ersetzen wird.

Fährt man auf diese Weise fort, so wird auch folgendes System von Gleichungen kommen müssen:

$$2^{n+1}\Delta b_0 + (1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + (1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + (1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = 0$$
$$2^{n+1}\Delta b_0 + \alpha(1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + \alpha^2(1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{m-1}(1+\alpha^{m-1})^{2+1}\Delta b_{m-1} = 0$$
$$2^{n+1}\Delta b_0 + \alpha^2(1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + \alpha^4(1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{2(m-1)}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = 0$$
$$2^{n+1}\Delta b_0 + \alpha^3(1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + \alpha^6(1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{3(m-1)}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = 0$$

. . . .

$$2^{n+1}\Delta b_0 + \alpha^{m-2}(1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + \alpha^{(m-2)2}(1+\alpha^2)^{n+2}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{(m-2)(m-1)}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = 0$$
$$2^{n+1}\Delta b_0 + \alpha^{m-1}(1+\alpha)^{n+1}\Delta b_1 + \alpha^{(m-1)2}(1+\alpha^2)^{n+1}\Delta b_2 + \ldots$$
$$\ldots + \alpha^{(m-1)(m-1)}(1+\alpha^{m-1})^{n+1}\Delta b_{m-1} = \binom{n}{g}.$$

Addirt man diese sämmtlichen Gleichungen, so erhält man

$$m \,.\, 2^{n+1} \Delta b_0 = \binom{n}{g}.$$

Multiplicirt man ferner die erste dieser Gleichungen mit α^{m-1}, die zweite mit α^{m-2}, die dritte mit α^{m-3} u. s. w., die vorletzte mit α, und addirt man die so erhaltenen Gleichungen zur letzten, so hat man

$$m \,.\, \alpha^{m-1} (1+\alpha)^{n+1} \Delta b_1 = \binom{n}{g}.$$

Multiplicirt man ferner die erste dieser Gleichungen mit $\alpha^{(m-1)2}$, die zweite mit $\alpha^{(m-2)2}$, die dritte mit $\alpha^{(m-3)2}$ u. s. w., die vorletzte mit α^2, und addirt sie zur letzten, so erhält man

$$m \,.\, \alpha^{2(m-1)} (1+\alpha^2)^{n+1} \Delta b_2 = \binom{n}{g}.$$

Fährt man auf diese Weise fort durch ähnliche Multiplicatoren die Coefficienten von Δb_3 in allen Gleichungen identisch zu machen, dann die Coefficienten von Δb_4, Δb_5 u. s. w., und addirt man der Ordnung nach die so erhaltenen neuen Systeme von Gleichungen, so erhält man der Ordnung nach folgende Gleichungen:

$$m \,.\, \alpha^{3(m-1)} (1+\alpha^3)^{n+1} \Delta b_3 = \binom{n}{g},$$

$$m \,.\, \alpha^{4(m-1)} (1+\alpha^4)^{n+1} \Delta b_4 = \binom{n}{g},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$m \,.\, \alpha^{(m-1)(m-1)} (1+\alpha^{m-1})^{n+1} \Delta b_{m-1} = \binom{n}{g}.$$

Berücksichtiget man ferner, wie wir es bis jetzt gethan haben, daſs $\alpha^m = 1$ ist, so hat man statt der letzten Gleichungen auch folgende:

$$\Delta b_0 = \frac{1}{2m}\, 2^{-n} \binom{n}{g},$$

$$\Delta b_1 = \frac{\alpha}{m(1+\alpha)} (1+\alpha)^{-n} \binom{n}{g},$$

$$\Delta b_2 = \frac{\alpha^2}{m(1+\alpha^2)} (1+\alpha^2)^{-n} \binom{n}{g},$$

$$\Delta b_3 = \frac{\alpha^3}{m(1+\alpha^3)} (1+\alpha^3)^{-n} \binom{n}{g},$$

. . . .

$$\Delta b_{m-1} = \frac{\alpha^{m-1}}{m(1+\alpha^{m-1})} (1+\alpha^{m-1})^{-n} \binom{n}{g}.$$

Durch Integration hat man

$$\Sigma c^{-n} \binom{n}{g} = \frac{c}{1-c} c^{-n} \binom{n}{g} - \frac{1}{1-c} \Sigma c^{-n} \binom{n}{g-1},$$

wo c was immer für eine Constante bedeutet.

Läfst man in dieser letzten Gleichung nach und nach g in $g-1$, $g-2$, $g-3$ etc. übergehen, so gelangt man zur Gleichung

$$\Sigma c^{-n} \binom{n}{g} = \frac{c^{-n+1}}{1-c} \Big[\binom{n}{g} - \frac{1}{1-c} \binom{n}{g-1} + \frac{1}{(1-c)^2} \binom{n}{g-2} - \ldots$$
$$\ldots + \frac{(-1)^{g-1}}{(1-c)^{g-1}} \binom{n}{1} + \frac{(-1)^g}{(1-c)^g} \Big] + \text{Const.}$$

Mit Hülfe dieser Gleichung ergibt sich

$$b_0 = -\frac{1}{m \cdot 2^n} \Big[\binom{n}{g} + \binom{n}{g-1} + \binom{n}{g-2} + \ldots$$
$$\ldots + \binom{n}{1} + 1 \Big] + c_0,$$

$$b_1 = -\frac{1}{m(1+\alpha)^n} \Big[\binom{n}{g} + \frac{1}{\alpha} \binom{n}{g-1} + \frac{1}{\alpha^2} \binom{n}{g-2} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{\alpha^{g-1}} \binom{n}{1} + \frac{1}{\alpha^g} \Big] + c_1,$$

$$b_2 = -\frac{1}{m(1+\alpha^2)^n} \Big[\binom{n}{g} + \frac{1}{\alpha^2} \binom{n}{g-1} + \frac{1}{\alpha^4} \binom{n}{g-2} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{\alpha^{2(g-1)}} \binom{n}{1} + \frac{1}{\alpha^{2g}} \Big] + c_2,$$

. . . .

$$b_{m-1} = -\frac{1}{m(1+\alpha^{m-1})^n} \Big[\binom{n}{g} + \frac{1}{\alpha^{m-1}} \binom{n}{g-1} + \frac{1}{\alpha^{2(m-1)}} \binom{n}{g-2} + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{\alpha^{(m-1)(g-1)}} \binom{n}{1} + \frac{1}{\alpha^{(m-1)g}} \Big] + c_{m-1},$$

in welchen Gleichungen c_0, c_1, c_2, c_3, ... unbestimmte Constanten sind.

Substituirt man diese Werthe von b_0, b_1, b_2, ... in die Gleichung (5), so hat man

$$\left.\begin{array}{l} f_q(n) = c_0 . 2^n + c_1(1+\alpha)^n + c_2(1+\alpha^2)^n + \ldots \\ \quad \ldots + c_{m-2}(1+\alpha^{m-2})^n + c_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^n \\ \qquad - \left[\binom{n}{g} + \binom{n}{g-m} + \binom{n}{g-2m} + \ldots\right] \end{array}\right\} \quad (8)$$

welche Gleichung das vollständige Integrale der Differenzengleichung (2) vorstellt.

Ganz auf dieselbe Art findet man das Integrale der Gleichung (3); es hat dieselbe Form wie das so eben gefundene, nur kommt daselbst, weil in der Differenzengleichung (3) m eine gerade Zahl, daher

$$\alpha^{\frac{m}{2}} = -1 \quad \text{und} \quad 1 + \alpha^{\frac{m}{2}} = 0$$

ist, ein Glied weniger vor, als m Einheiten enthält.

4) Nachdem nun die Form der Function $f_q(n)$ bestimmt wurde, liegt auch die Form des Ausdruckes für x_n am Tage. Es ist nämlich, weil in der Gleichung (1) die Gröſsen

$$x_0,\ \Delta x_0,\ \Delta^2 x_0,\ \ldots\ \Delta^{p-1} x_0,\ \Delta^p x_0,\ \ldots$$

constante sind:

$$\left.\begin{array}{l} x_n = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + a_3 n^3 + a_4 n^4 + \ldots \\ \qquad\qquad \ldots + a_{p-1} n^{p-1} \\ + b_0 . 2^n + b_1(1+\alpha)^n + b_2(1+\alpha^2)^n + b_3(1+\alpha^3)^n + \ldots \\ \qquad\qquad \ldots + b_{m-1}(1+\alpha^{m-1})^n \end{array}\right\} \quad (9)$$

in welcher Gleichung $a_0\, a_1\, a_2 \ldots b_0\, b_1\, b_2 \ldots$ willkürliche Constanten bedeuten, die in jedem besondern vorgelegten Falle gehörig bestimmt werden müssen, ferner $\alpha = \cos. \frac{2\pi}{m} + \sqrt{-1} \sin. \frac{2\pi}{m}$ ist, m den Umfang der Periode der Differenzenreihen ausdrückt, und endlich p

den Zeiger der Differenzenreihe vorstellt, mit welcher die Periode beginnt.

5) Was die Summe einer Reihe betrifft, deren allgemeines Glied obiger Ausdruck für x_n ist, sey

$$S_n = x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n,$$

$$\text{so ist}\quad S_n = \Sigma x_{n+1};$$

und wenn für x_{n+1} der Werth aus der Gleichung (9) gesetzt wird:

$$S_n = a_0 \Sigma 1 + a_1 \Sigma(n+1) + a_2 \Sigma(n+1)^2 + a_3 \Sigma(n+1)^3 + \ldots$$
$$\ldots + a_{p-1} \Sigma(n+1))^{p-1}$$
$$+ b_0 \Sigma 2^{n+1} + b_1 \Sigma(1+\alpha)^{n+1} + b_2 \Sigma(1+\alpha^2)^{n+1} + b_3 \Sigma(1+\alpha^3)^{n+1} + \ldots$$
$$\ldots + b_{m-1} \Sigma(1+\alpha^{m-1})^{n+1}.$$

Nun ist allgemein, wenn q eine von n independente Gröſse ist:

$$\Sigma(n+1)^q = c_0(n+1)^{q+1} + c_1(n+1)^q + c_2(n+1)^{q-1} + \text{etc.}$$

$$\text{und}\quad \Sigma q^{n+1} = \frac{1}{q-1} q^{n+1},$$

daher wird man haben

$$S_n = c_0 + c_1 n + c_2 n^2 + c_3 n^3 + \ldots + c_p n^p$$
$$+ k_0 \cdot 2^n + k_1 (1+\alpha)^n + k_2 (1+\alpha^2)^n + \ldots$$
$$\ldots + k_{m-1} (1+\alpha^{m-1})^n,$$

in welcher Gleichung $c_0, c_1, c_2, \ldots k_0, k_1, k_2, \ldots$ willkürliche Constanten sind, die in jedem besondern Falle gehörig bestimmt werden müssen.

6) Addirt oder subtrahirt man je zwei correspondirende Glieder zweier Reihen, deren Differenzen periodisch sind, so erhält man eine neue Reihe, deren Differenzen ebenfalls periodisch sind; die Ausdehnung der Periode, wie der Zeiger, welcher anzeigt, bei welcher Differenz die Periode beginnt, lassen sich durch die analogen Gröſsen der beiden vorgelegten Reihen ausmitteln.

Bezeichnet man nämlich die beiden vorgelegten Rei-

hen durch (I), (II), dann der Ordnung nach die Zeiger der Differenzenreihen, bei welcher die Perioden in den beiden Reihen beginnen, durch p^I, p^{II}, und die Zahlen, welche die Gröſse der Perioden ausdrücken, durch m^I, m^{II}, so wird in der neu gebildeten Reihe die Periode bei der Differenzenreihe p^I oder p^{II} beginnen, je nachdem $p^I > p^{II}$ oder $p^I < p^{II}$ ist.

Sind m^I und m^{II} relative Primzahlen, so ist die Zahl, welche die Gröſse der Periode der neu gebildeten Reihe ausdrückt, gleich dem Producte $m^I \cdot m^{II}$, in jedem andern Falle ist sie dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen der beiden Zahlen m^I, m^{II} gleich.

Multiplicirt man hingegen die correspondirenden Glieder zweier Reihen, deren Differenzenreihen sich wiederholen, mit einander, so erhält man eine neue Reihe, die diese Eigenschaft nicht mehr besitzt.

Wir wollen dieses der leichtern Übersicht wegen bei einem besondern Falle zeigen.

Es sey

$$y_n = A_0 \cdot 2^n + A_1 (1 + \alpha)^n + A_2 (1 + \alpha^2)^n$$

das allgemeine Glied einer Reihe, deren Periode dreistellig ist, und die zugleich mit der Hauptreihe beginnt; ferner

$$y'_n = B_0 \cdot 2^n + B_1 (1 + \alpha)^n + B_2 (1 + \alpha^2)^n$$

das allgemeine Glied einer andern Reihe, die dieselbe Eigenschaft wie die vorige hat; so ist das allgemeine Glied der neu gebildeten Reihe

$$\begin{aligned} y_n y'_n = A_0 B_0 \cdot 2^{2n} &+ (A_0 B_1 + A_1 B_0)\, 2^n (1 + \alpha)^n \\ &+ (A_0 B_2 + A_2 B_0)\, 2^n (1 + \alpha^2)^n \\ &+ A_1 B_1 (1 + \alpha)^{2n} + A_2 B_2 (1 + \alpha^2)^{2n} \\ &+ (A_1 B_2 + A_2 B_1)(1 + \alpha)^n (1 + \alpha^2)^n . \end{aligned}$$

Nun wollen wir bloſs von einem der Theile, die sich rechter Hand des Gleichheitszeichens befinden, die

m^{te} Differenz suchen, z. B. von $A_0 B_0 \,.\, 2^{2n}$. Man findet
$\Delta^m A_0 B_0 \,.\, 2^{2n} = A_0 B_0 \,.\, 2^{2n} (2^2 - 1)^m = 3^m A_0 B_0 \,.\, 2^{2n}$.

Da 3^m, wenn für m der Ordnung nach die natürlichen Zahlen 0, 1, 2, 3, . . . gesetzt werden, immer größere und größere Werthe annimmt, so ist klar, daß 3^m bei einem größern Werthe von m nie einem Werthe von 3^m gleich kommen kann, der einem kleinern Werthe von m entspricht, mithin kann man unter den folgenden Differenzen von $A_0 B_0 \,.\, 2^{2n}$ nie auf einen Ausdruck kommen, der in einer frühern Differenz da war; ein Ähnliches kann von den übrigen Theilen, die sich rechter Hand der obigen Gleichung befinden, nachgewiesen werden, daher ist das oben Ausgesprochene bestätiget.

Der letzte Umstand kann dazu benützt werden, das allgemeine Glied und die Summe einer Reihe, deren Differenzreihen an gar kein Gesetz gebunden zu seyn scheinen, wenn sie sich nur in zwei andere dergestalt zerlegen läßt, daß das Product je zweier correspondirender Glieder der letzteren Reihen ein correspondirendes Glied der ersten gibt, zu finden. Wäre z. B. folgende Reihe von Zahlen

1, 6, 30, 121, 462, 1806, 7225, . . .

vorgelegt, und wollte man diese Reihe nach demselben Gesetze fortsetzen, welches bereits in den gegebenen Zahlen herrscht, so wäre dieß mittelst der Differenzreihen dieser Zahlen unmöglich, denn man kann an denselben gar keinen regelmäßigen Fortgang wahrnehmen.

Multiplicirt man aber die correspondirenden Glieder folgender zwei Reihen

1, 2, 5, 11, 22, 43, 85, . . .
1, 3, 6, 11, 21, 42, 85, . . .

so erhält man die analogen Glieder der vorgelegten Reihe.

Diese beiden Reihen sind periodisch, und zwar ist in beiden die Periode dreistellig und beginnt mit den Reihen selbst.

Wenn daher y_n das allgemeine Glied der ersten, und y'_n das der letzten dieser beiden Reihen anzeigt, so hat man

$$y_n = A_0 \,.\, 2^n + A_1 (1+\alpha)^n + A_2 (1+\alpha^2)^n,$$
$$y'_n = B_0 \,.\, 2^n + B_1 (1+\alpha)^n + B_2 (1+\alpha^2)^n,$$

wo $\alpha = \cos.\frac{2\pi}{3} + \sqrt{-1}\sin.\frac{2\pi}{3}$ ist, und A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2 sind constante Gröſsen, die wir sogleich bestimmen werden.

Da nämlich $y_0 = 1$, $y_1 = 2$, $y_2 = 5$ ist, so hat man folgende drei Gleichungen zur Bestimmung von A_0, A_1, A_2:

$$1 = A_0 + A_1 + A_2,$$
$$2 = 2A_0 + A_1 (1+\alpha) + A_2 (1+\alpha^2),$$
$$5 = 4A_0 + A_1 (1+\alpha)^2 + A_2 (1+\alpha^2)^2,$$

woraus

$$A_0 = \tfrac{4}{3},\quad A_1 = \frac{\alpha}{3},\quad A_2 = \frac{\alpha^2}{3}$$

folgt.

Eben so findet man

$$B_0 = \tfrac{4}{3},\quad B_1 = \frac{\alpha^2}{3},\quad B_2 = \frac{\alpha}{3},$$

daher ist

$$y_n = \frac{2^{n+2} + \alpha(1+\alpha)^n + \alpha^2(1+\alpha^2)^n}{3},$$

$$y'_n = \frac{2^{n+2} + \alpha^2(1+\alpha)^n + \alpha(1+\alpha^2)^n}{3}.$$

Wenn also das allgemeine Glied unserer vorgelegten Reihe mit u_n belegt wird, so ist $u_n = y_n y'_n$,

mithin

$$u_n = \frac{1}{9}\left[2^{2n+4} - 2^{n+2}\left[(1+\alpha)^n + (1+\alpha^2)^n\right] + \alpha^n + \alpha^{2n} - 1\right].$$

Berücksichtiget man, daſs

$$\alpha = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} \text{ und } \alpha^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$$

ist, so hat man auch

$$u_n = \frac{1}{9}\left[2^{2n+4} - (2^{n+2} - (-1)^n) \times \right.$$
$$\left. \times \left[\left(\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)^n\right] - 1\right].$$

VI.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Magnetismus.

1. Magnetisiren durch das Licht. Von *Zantedeschi*.

(*Bibl. univ. Mai* 1829, *p.* 64.)

Die Magnetisirung durch das Licht ist seit dem Jahre 1812, wo *Morichini* zuerst seine Versuche über diesen Gegenstand anstellte, der physikalische Proteus, der immer wieder unter einer neuen Gestalt erscheint und die Aufmerksamkeit der Gelehrten auf einige Zeit in Anspruch nimmt, ohne daſs es ihm, wie es scheint, bis jetzt geglückt ist, sich irgend wo ganz einheimisch zu machen, woran wohl der Umstand Schuld ist, daſs das angegebene Verfahren nicht Jedermann zu einem glücklichen Erfolg führte, wenn auch einzelne Physiker so glücklich waren, unzweideutige Beweise der magnetischen Einwirkung des Lichtes zu erfahren. *Zantede-*

schi tritt nun mit neuen Versuchen dieser Art auf, er lehrt zugleich die Art und Weise, sie anzustellen, und gibt an, was nach seiner Meinung die Ursache des Miſslingens eines magnetischen Versuches seyn kann.

Er führte einen Sonnenstrahl mittelst eines Heliostats in ein verfinstertes Zimmer, bewirkte auf die gewöhnliche Weise die Zerstreuung des Lichtes, so daſs das Farbenbild eine horizontale Lage hatte, und stellte in den violetten Theil desselben in einer auf den magnetischen Meridian senkrechten Richtung das Ende der Drähte, welche er magnetisiren wollte.

Die Resultate, welche er erhielt, sind folgende:

1) Ein 4 Zoll langer und $^1/_4$ L. dicker, wohl polirter Draht aus weichem Eisen erhielt in der angegebenen Lage innerhalb 5 Minuten an dem im violetten Lichte befindlichen Ende einen Nordpol. Nach Verlauf von 8 Minuten zeigte der Draht vor einer Magnetnadel zwei deutliche Pole.

2) Zwei ähnliche Drähte aus weichem Eisen wurden auf gleiche Weise dem weiſsen Lichte ausgesetzt. Nach Verlauf von 5 M. hatten die zwei Enden, welche sich im Lichte befanden, einen Nordpol, doch verschwanden diese wieder nach einigen Minuten. In beiden Fällen wurde genaue Sorge getragen, um sich zu überzeugen, daſs die Drähte nicht schon vorläufig magnetisch waren.

3) Der violette Strahl kehrte die deutlich ausgesprochenen Pole eines weichen Eisendrahtes um, und brauchte 6 oder 7 Minuten dazu, um die Pole eines Drahtes, der an beiden Enden schwach abstoſsend auf den Pol eines Magnetes wirkte, zu entwickeln.

4) Als eine Magnetnadel in die rothen, gelben, orangefarbnen und grünen Strahlen gebracht, und nach Verlauf von 6 — 7 M. die Natur und Stärke ihrer Pole

untersucht wurde, zeigte sich daran keine Veränderung; eben so wenig bemerkte man an einer Nadel, die keinen merklichen Magnetismus besafs, eine Veränderung.

5) Ein mit einer Oxydhaut überzogener, stark magnetischer Eisendraht wurde mit seinem Südpole in violettes Licht gebracht. Nach 3 Minuten war der Südpol in einen Nordpol umgeändert.

6) Ein gut polirter und magnetisirter Draht aus weichem Eisen wurde an beiden Enden dem violetten Strahle Preis gegeben, und erhielt in 10 Min. an jedem Ende einen Nordpol.

7) An einem oxydirten Eisendrahte erlangte man dieselbe Wirkung innerhalb 5 Min.

Die Dimensionen aller dieser Metallstäbchen stimmten mit denen des ersten vorhin angegebenen überein.

Alle diese Versuche wurden öfters wiederholt, und gaben stets dieselben Resultate, nur mufsten dabei gewisse Vorsichten gebraucht werden, ohne deren Beachtung man umsonst einen glücklichen Erfolg erwartet. *Zantedeschi* gibt folgende an:

1) Eisendrähte aus schwefelhältigem Erze bereitet lassen sich auf diesem Wege nicht magnetisiren, eben so wenig stark gehärtetes Eisen; doch gelang es *Zantedeschi*, in letzterem manchmal schwache Spuren von Magnetisirung hervorzubringen.

2) Bei niederer oder nur geringer Temperatur, wie z. B. bei -6° *R.*, 0°, $+10^\circ$ erhält man nur zweideutigen Magnetismus; die Vernichtung der Pole einer Magnetnadel mittelst des Lichtes gelang in solchen Verhältnissen nie, während bei 16, 25 bis 26° *R.* sehr überraschende Phänomene eintreten.

3) Etwas dicke Drähte werden nur schwer deutlich magnetisch.

4) Führt man den violetten Strahl von der Mitte ei-

ner Nadel gegen ihr Ende hin, so erhält man nur schwache und unsichere magnetische Erscheinungen.

Zantedeschi behauptet, mittelst eines Multiplicators schwache electrische Ströme vom rothen zum violetten Strahle wahrgenommen zu haben, und untersuchte, ob die genannten Wirkungen nicht etwa von diesen herrühren; doch überzeugte er sich, daſs dieses nicht der Fall seyn könne, weil sonst ein Eisenstab im violetten Strahle einen Südpol erlangen müſste, während die Versuche zeigen, daſs er einen Nordpol bekommt. Auch von einer ungleichen Erwärmung der verschiedenen Stellen des Eisens kann diese Wirkung nicht herrühren, weil auch, wenn darin der wahre Grund läge, an dem Theile, welcher den violetten Strahlen ausgesetzt ist, ein Südpol hervorgehen müſste; auch könnte keine Magnetisirung eintreten, wenn die Temperatur am ganzen Drahte dieselbe ist, die doch nicht unterblieb, als beide Enden des Eisenstäbchens sich im violetten Lichte befanden. Auch fand *Zantedeschi*, daſs selbst in dem Falle, wo man den vom violetten Lichte beschienenen Theil in eine Temperatur brachte, welche niederer war als die des Mittels, eine, wiewohl schwächere, Magnetisirung zu Stande kam.

Alles dieses bestärkte *Zantedeschi* in der Meinung, daſs die violetten Strahlen chemisch wirken. Dazu kommen aber nach *Zantedeschi's* Meinung noch folgende Gründe: Die Verbindungen des Eisens mit Kohlenstoff, aber nicht die mit Schwefel, nehmen den Magnetismus an; oxydirte Stäbe werden schneller magnetisch als nicht oxydirte, und der magnetische Einfluſs der violetten Strahlen wächst mit der Temperatur, sinkt mit ihr, und verschwindet gänzlich.

Zantedeschi versuchte es auch, um diese seine Ansichten noch näher zu prüfen, mit Kerzen- und Mond-

licht ähnliche Wirkungen hervorzubringen. Mittelst ersterem gelang es ihm an einer den violetten Strahlen ausgesetzten Nadel nach Verlauf von $^3/_4$ Stunden eine schwache Magnetisirung hervorzubringen, aber mittelst Mondeslicht konnte er es zu keinem glücklichen Erfolg bringen, jedoch machte er seine Versuche bei einer Temperatur, die nicht über 5° *R.* war.

Zantedeschi schliefst seine Abhandlung mit der Überzeugung, dafs Physiker, die nach seiner Angabe verfahren, durch den Einflufs des violetten Lichtes bleibenden Magnetismus erzeugen werden, wenn ihnen auch nicht der heitere Himmel Italiens zu Gebote steht.

2. Einflufs des Sonnenlichtes auf schwingende Magnete. Von *Christie.*

(*Phil. trans* 1828. *P. II., p.* 379.)

Es ist den Lesern dieser Zeitschrift wohl bekannt, dafs *Christie* schon im Jahre 1826 einen besondern, vom früher besprochenen verschiedenen Einflufs des Lichtes auf Magnete gefunden haben will, welcher darin besteht, dafs der Ausschlagwinkel einer oscillirenden Magnetnadel durch das Licht vermindert wird, so dafs dieser Winkel nach einer bestimmten Anzahl von Oscillationen stets kleiner ausfällt, wenn die Oscillationen im directen Sonnenlichte vor sich gehen, als wenn dieses im Schatten geschieht, ungeachtet der anfängliche Ausschlagwinkel in beiden Fällen gleich grofs ist. Wenn auch dieser Einflufs selbst aufser Zweifel gesetzt ist, so gilt dieses doch nicht auch von der Natur der ihn erzeugenden Ursache, und es dürfte keineswegs als ausgemacht angesehen werden, dafs die Sonnenstrahlen eine magnetische Wirkung auf die Oscillationen einer Magnetnadel ausüben, indem sich die Phänomene, welche dahin zu deuten scheinen, auch aus einer blofsen von

den Sonnenstrahlen erzeugten mechanischen Ursache erklären lassen. *Christie* fühlte selbst die Lücken seiner ersteren Arbeit über diesen Gegenstand, und meinte insbesondere, es sey zur völligen Begründung seiner Behauptung, dafs der genannte Einflufs des Lichtes magnetischer Natur sey, noch nothwendig, Versuche mit magnetischen und unmagnetischen Nadeln von gleichem Gewichte und in verschiedenfarbigem Lichte anzustellen. Wiewohl auf den letzteren Umstand und auf mehrere andere schon in einer früheren Arbeit (Bd. 3, S. 157) über diesen Gegenstand besondere Rücksicht genommen wurde, so soll doch auch von *Christie's* neueren Versuchen dieser Art das Nöthige mitgetheilt werden, um dem Leser eine Übersicht über den Gang der Bestrebungen der Physiker überhaupt zu verschaffen, und ihm zur eigenen Beurtheilung der Sache die nöthigen Materialien in die Hand zu liefern.

Bei den Versuchen *Christie's*, von denen hier die Rede ist, wurde, wie bei seinen früheren, die leicht aufgehängte Nadel um 90° vom Stande ihres Gleichgewichtes entfernt, dann sich selbst überlassen, und hierauf der Ausschlagwinkel nach Verlauf der 100sten Oscillation beobachtet. Jeder Versuch wurde mehrmal, und zwar ein Mal im Schatten, ein Mal im directen Sonnenlichte, in verschiedenfarbigem Lichte und bei verschiedenen Temperaturen vorgenommen, und aus allen der Unterschied in dem Ausschlagwinkel, welcher unter verschiedenen Umständen zuletzt Statt fand, beobachtet. Dabei wurde stets *eine Nadel* von 252 1/4 Gr. gebraucht.

Die ganze Arbeit besteht aus sechs Theilen, und in jedem derselben wurde auf einen anderen Umstand besondere Rücksicht genommen. Diese folgen hier in der Ordnung, wie sie im Originale enthalten sind, aber

mit Hinweglassung der Tabellen, welche die numerischen Ergebnisse der Versuche enthalten.

1. Zuerst wurde die Schwingung einer Magnetnadel mit einer unmagnetischen verglichen. Beide bestanden aus Stahl und hatten dieselbe Gestalt und dasselbe Gewicht, jede war 6 Z. lang, in der Mitte 1.5 Z. breit, und an den Enden abgerundet. Sie hingen am Kupferdraht, und dieser hatte bei der unmagnetischen Nadel eine solche Elasticität, daſs dieselbe dadurch nahe eben so schnell oscillirte, wie die magnetische durch den Erdmagnetismus. Alles Metall wurde auf mehrere Fuſs entfernt.

Drei Versuche gaben im Durchschnitte folgende Resultate: Die magnetische Nadel hatte nach der 100ten Schwingung einen Ausschlag von 31°.4, wenn sie im Schatten, und von 16°.5, wenn sie in der Sonne oscillirte, demnach tritt ein Winkelunterschied von 14°.9 ein. Die Temperatur im Schatten war 57°.8 *F.*, in der Sonne 107°.3, mithin ein Unterschied von 49°.5.

Bei der unmagnetischen Nadel hingegen fand folgendes Statt: Der letztere Ausschlagwinkel im Schatten betrug 26°.1, in der Sonne 18.8, mithin eine Differenz von 7°.3. Die Temperatur im Schatten 65°, in der Sonne 116°.7, mithin die Differenz 51°.7.

Daraus folgert *Christie*, daſs die Wirkung der Sonnenstrahlen, die Oscillationsweite zu vermindern, für eine magnetische Nadel gröſser ist als für eine nicht magnetische. Merkwürdig ist es, daſs die Sonnenstrahlen einige Zeit brauchten, um ihre volle Wirkung hervorzubringen, und *Christie* meint selbst, es rühre dieses von der erwärmenden Wirkung der Sonnenstrahlen her.

2. Es wurden die Schwingungen von vier Nadeln mit einander verglichen, wovon die erste stählern und magnetisch, die zweite stählern und unmagnetisch, die

dritte kupfern, die vierte gläsern war. Die Versuchsresultate sind folgende:

	Ausschlags-differenz.	Temperatur im Schatten	Temperatur in der Sonne.	Differenz.
Magnetische Stahlnadel	12°.75	85°.7	152°.4	66°.7
Unmagnet. Stahlnadel .	7°.31	75°.3	148°.3	73°
Kupferne Nadel . . .	5°.08	80°	139°	59°
Gläserne Nadel . . .	6°.34	74°.2	132°.2	58°

Die Schlüsse, welche man hieraus ziehen kann, fallen von selbst in die Augen.

3. Es wurden die Oscillationen derselben Magnetnadel in zwei verschiedenen Jahrszeiten mit einander verglichen. Die zuerst erwähnten Versuche wurden im April angestellt; als sie im Juli wiederholt wurden, fand man folgendes:

	Ausschlags-differenz.	Temperatur im Schatten.	Temperatur in der Sonne.	Differenz.
April . . .	14°.9	57°.8	107°.3	49°.5
Juli . . .	11°.5	83°.3	146°.45	63°.35

Demnach ist die Wirkung der Sonnenstrahlen im April gröfser als im Juli, und doch ist in letzterem die Intensität des Lichtes bedeutend stärker.

4. Es wurde nun die oscillirende Magnetnadel im Schatten, im Sonnenlichte von natürlicher Dichte, unter einem rothen Glase, unter Einfluſs des von einer Sammellinse concentrirten Lichtes, und zwar mit rothem und blauem Glase beobachtet. Dabei befand sich die Magnetnadel in einer cylindrischen Büchse von 9 Z. Durchmesser, und die 6 Z. lange Nadel war an beiden Enden durch eine steife Borste verlängert, die als Zeiger diente, und die Bewegung der durch das farbige Deckelglas nur schwach sichtbaren Magnetnadel anzeigte. Die Temperatur des Gehäuses gab ein darin befindliches Weingeistthermometer an. Die Linse hatte

eine Öffnung von 11 Z. Die Ergebnisse der Versuche sind folgende:

	Letzter Ausschlagwinkel.	Temperatur des Gehäuses.
Im Schatten	20°.1	90°.7
In der Sonne	9°.7	121°.6
Unter einem rothen Glase . . .	12°.8	119°.5
Unter dem Brennpuncte der Linse	5°.8	148°.5
Unter Einfluſs der Linse und eines rothen Glases	12°.9	162°.9
Unter Einfluſs der Linse und eines blauen Glases	15°.5	162°.9

Aus diesen Versuchen geht hervor, daſs die Verminderung des Ausschlagwinkels hauptsächlich von der Intensität des Lichtes abhängt, und nicht immer mit der Temperatur des Mittels wächst. Rothe Strahlen scheinen einen gröſseren Einfluſs auszuüben als blaue.

5. Nun wurde der Einfluſs der Temperatur untersucht, in so ferne diese von der Beleuchtung unabhängig ist. Die Magnetnadel kam in ein thonernes Gehäuse von 7.5 Z. Durchmesser und 1.2 Z. Höhe, dessen Boden eine Kreistheilung enthielt, und welches auf einem anderen thonernen Gefäſse ruhte, das dazu bestimmt war, Wasser von verschiedener Temperatur aufzunehmen, und durch dasselbe das Gehäuse, worin die Nadel schwebte, zu erwärmen oder zu erkälten. Ein im Gehäuse befindliches Weingeistthermometer gab die Temperatur der darin enthaltenen Luft an. Man fand auf solche Weise folgende Resultate:

Temperatur im Gehäuse.	Letzter Ausschlagwinkel.
138°.0	34°.1
62°.9	29°.05
126°.3	36°.7
51°.1	32°.6

Bei einer Vergleichung der Schwingungen einer magnetischen Nadel mit einer unmagnetischen, und mit einer kupfernen und gläsernen ergab sich Folgendes:

	Temperatur des Gehäuses.	Letzter Ausschlagwinkel.
Magnetisirte Nadel	136°.7	39°.7
	51°.5	33°.9
Unmagnetische Nadel	137°.7	26°.1
	49°.1	21°.7
Kupferne Nadel .	136°.5	32°.1
	56°.75	28°.1
Gläserne Nadel . .	138°.8	31°.75
	52°.2	26°.3

Hieraus sieht man, dafs für alle vier Nadeln die Verminderung des Ausschlagwinkels mit der Verminderung der Temperatur zunimmt, und dafs diese Verminderung nahe für alle Nadeln von derselben Gröfse ist. Dafs die Wirkung für die Kupfernadel etwas kleiner ausfallen mufste, liefs sich daraus leicht vorhersehen, wenn sie die geringste Breite hatte, und daher der widerstehenden Luft mehr Anhaltspuncte zum Widerstande darbot. *Christie* meint, wenn die Sonnenstrahlen nur durch ihre erwärmende Kraft diese Wirkungen hervorbrächten, so müfste der Ausschlagwinkel im Schatten kleiner ausfallen als in einem von der Sonne beschienenen Platze, gleichwie dieser Winkel im kalten Wasser schneller abnimmt als im wärmeren, weil die Bewegung in einem dünneren Mittel besser vor sich geht als in einem dichteren. So wenig auch die Richtigkeit des letzteren Satzes bestritten werden kann, so folgt daraus doch noch nicht die Wahrheit des ersteren, weil es wohl denkbar, ja sogar höchst wahrscheinlich ist, dafs die Erwärmung nicht unmittelbar durch Verdünnung der Luft, sondern durch Erregung von Luftströmen wirken kann.

6. Zum Schlusse wollte *Christie* auch noch die Einwirkung des Steinkohlenfeuers auf eine oscillirende Nadel erforschen. Er brachte demnach den Apparat, worin sich die schwingende Nadel befand, auf 2 F. Entfernung in die Nähe brennender Steinkohlen, und beobachtete die Schwingungen einer Nadel von Glas und einer anderen magnetischen, sowohl wenn die Licht- und Wärmestrahlen freien Zutritt zu denselben hatten, als auch wenn sie durch einen Schirm abgehalten wurden. Das Resultat seiner Beobachtung ist folgendes:

	Letzter Ausschlagwinkel	
	ohne Schirm.	mit dem Schirme.
Magnetnadel	33°.9	34°.4
Glasnadel	24°.7	25°.3

Es findet demnach hier ein ähnliches Verhalten Statt, wie im Sonnenlichte, jedoch ist die Differenz zwischen der Gröfse des Ausschlagwinkels bei der Anwendung des Schirmes und ohne denselben so gering, dafs man es wohl billigen wird, wenn *Christie* darauf keinen grossen Werth setzt.

Aus allen diesen Versuchen zieht *Christie* folgende Schlüsse:

»Man kann aus allen diesen Versuchen schliefsen, dafs das Sonnenlicht auf eine Magnetnadel einen besonderen Einflufs ausübt, einen Einflufs von der Art, dafs eine den Sonnenstrahlen ausgesetzte Magnetnadel eine stärkere Verminderung des Ausschlagwinkels erleidet, als eine andere unter denselben Umständen befindliche Nadel; dafs dieser Einflufs unabhängig sey von der Wärme, welche die Sonnenstrahlen sowohl in der Magnetnadel als in dem Mittel, worin sie ihre Schwingungen macht, hervorrufen. Jener Theil der Wirkung, welcher an allen schwingenden Nadeln bemerkt wird,

läſst sich so erklären: Da die unmittelbar unter der oscillirenden Nadel befindliche Luft sich in dem Schatten befindet, welchen die Nadel wirft, und daher kälter ist als die oberhalb derselben befindliche; so kann an den Rändern der Nadel ein Luftstrom entstehen, der den Widerstand des Mittels sehr bedeutend steigern kann, und daher im Stande ist, die Schwingungsbögen schnell zu vermindern. Diese Annahme erklärt zugleich einen Umstand, der bei den vorhergehenden Versuchen stets Statt fand, nämlich, daſs der Effect nicht augenblicklich mit ganzer Kraft eintrat; denn diese Ströme können weder in dem Augenblicke, wo die Nadel der Sonne Preis gegeben wird, entstehen, noch aufhören, sobald der Schirm die Sonnenstrahlen aufhält.«

»Wenn aber dieses die einzige Ursache der Verminderung des Ausschlagwinkels wäre, so müſste diese für alle Körper gleich groſs seyn, sie könnte sich nur mit der Dicke der Nadel ändern, und müſste nahe für eine stählerne und eine gläserne Nadel gleich groſs, und für eine kupferne Nadel kleiner seyn. Da aber die Wirkung auf letztere nur etwa $^4/_7$ von der Wirkung auf eine *magnetisirte* Stahlnadel beträgt; so muſs für diese eine besondere Ursache eintreten. Worin kann aber diese bestehen? Dieses ist schwer zu beantworten. Haben vielleicht das Licht und das magnetische Princip eine verschiedene Dichte, wenn diese auch ohne Vergleich geringer ist als die Dichte des feinsten Gases, und setzt das Licht dem magnetischen Fluidum ein Hinderniſs in den Weg? Man kann dagegen nicht einwenden, das Licht sey so fein, daſs es dem dünnsten Gase keinen Widerstand leistet, wiewohl dieses nicht einmal bewiesen ist. Oder ist vielleicht die hier betrachtete Wirkung von derselben Art, wie die auf Nadeln, welche innerhalb eines Ringes oscilliren? Wenn man dieses zugibt, so

mufs man annehmen, dafs die Lichtstrahlen während des Vorbeigehens bei der Nadel magnetisch werden, und ihre gröfste magnetische Kraft erst erlangt haben, wenn sie die Nadel berühren. Da bleiben nun die am meisten magnetischen Strahlen immer hinter der Nadel zurück, und hindern dadurch ihre Bewegung. Allein unter dieser Voraussetzung müfsten die Lichtstrahlen in einem verfinsterten Zimmer auch, wenn sie bei einem starken Magnete vorbeigehen, in der Nähe desselben eine Beugung erleiden. *Christie* konnte diesen Versuch nicht auf eine entscheidende Weise anstellen, doch gibt ihm das, was er bis jetzt darüber versuchen konnte, wenig Hoffnung zu einem glücklichen Erfolg.«

Christie hält nun dafür, dafs diese von ihm beobachteten Phänomene mit der Magnetisirung des Eisens durch das Licht in enger Verbindung stehen, kann aber den Wunsch nicht unterdrücken, dafs die Umstände, welche zum völligen unausbleiblichen Gelingen dieser Wirkung nothwendig vorhanden seyn müssen, näher bekannt werden mögen, als dieses bis jetzt der Fall ist. Er selbst hatte sich vorgenommen, bei verschiedenem Azimuth der Sonne und in verschiedenen Jahreszeiten sowohl eine Abweichungs- als Neigungsnadel in der Ebene des Meridians als in einer darauf senkrechten Ebene schwingen zu lassen, um so mit Genauigkeit den Einflufs des verschiedenfarbigen Lichtes unter verschiedenen Umständen kennen zu lernen, doch hat ihm die Veränderlichkeit des Wetters in England nicht erlaubt, dieses ohne Unterbrechung vornehmen zu können.

Die hier angeführten Versuche *Christie's* sind nahe mit denen einerlei, welche der Leser in Bd. 3., S. 157 dieser Zeitschrift findet, und welche ich lange vor *Christie* zur näheren Untersuchung der von ihm angeregten Sache anstellen zu müssen glaubte. Auch sind wir beide

zu denselben Ergebnissen gelangt; nur in der Ansicht über die Natur der Einwirkung auf schwingende Nadeln, welche durch diese Versuche dargethan wird, sind wir nicht einerlei Meinung, indem *Christie* darauf beharret, es wirken die Sonnenstrahlen hier magnetisch, während mir diese Wirkung durch die von der Erwärmung herrührende Luftströmung hervorgebracht zu seyn scheint; jedoch brauche ich dem Leser, der jedes Wort in seinem wahren Sinne zu nehmen versteht, nicht erst zu sagen, dafs ich nur meine Ansicht darstellte, und mich keineswegs mit voller Zuversicht aussprach; ich setzte nur auf die Ergebnisse der Versuche einen Werth, und dafs ich hierin mit gehöriger Genauigkeit verfahren bin, lehrt ihre Übereinstimmung mit denen *Christie's* hinreichend.

3. Über unsymmetrische Vertheilung des Magnetismus in Eisenstäben. Von *Christie.*

(Phil. trans. 1828. P. II., p. 325.)

Christie hat vor mehreren Jahren Versuche über die Gröfse der Ablenkung unternommen, die eine Magnetnadel durch eine Eisenmasse erleidet, und das Gesetz aufgestellt, nach welchem diese Ablenkung erfolgt. Er meint, man dürfe sich statt der Nadel, deren Ablenkung erforscht werden soll, von welcher Art sie seyn mag, nur eine in ihrem Schwerpuncte aufgehängte kurze Magnetnadel denken, deren Centrum mit dem der vorigen zusammenfällt, und annehmen, die Eisenmasse wirke auf beide Pole derselben anziehend. Projicirt man nun die Richtung dieser Nadel auf die Ebene, worin sich die erstere bewegen kann, so gibt diese Projection die Lage obiger Nadel nach ihrer Ablenkung. Gegen dieses Resultat sind aus Versuchen Einwendungen gemacht worden, und man wollte es für Magnetnadeln, in denen

die magnetische Kraft nicht symmetrisch angeordnet war, unanwendbar gefunden haben. *Christie* sucht nun sein Gesetz auch für diesen Fall anwendbar zu machen; er entwickelt die analytischen Formeln, welche sich aus der Annahme ergeben, daſs eine störende Eisenmasse auf beide Pole der substituirten Magnetnadel anziehend wirke, und vergleicht die Werthe der Ablenkung, welche aus diesen Formeln folgen, mit den durch Versuche gefundenen. Allein er muſste sich auf den Fall einlassen, wo der Magnetismus der Nadel nicht symmetrisch angeordnet ist, und deſshalb über die Störung einer symmetrischen Anordnung dieser Kraft durch einseitiges Magnetisiren mehrere Versuche machen. Von diesen allein wollen wir hier sprechen, und den übrigen Theil des 35 Quartseiten langen Aufsatzes unberührt lassen, da die Sache hiemit noch keineswegs abgethan zu seyn scheint.

Um eine unsymmetrische Anordnung des Magnetismus in einem Körper hervorzubringen, wurden drei völlig gleiche Stahlstäbe durch den Doppelstrich magnetisirt, hierauf aber ein Magnet mit einem seiner Pole auf die Mitte eines solchen Stabes aufgesetzt, und nach einem Ende desselben hingezogen. Dieses konnte an der Nord- oder Südhälfte des Magnetstabes entweder mit dem Nord- oder Südpol des aufgesetzten Magnetes vorgenommen werden, und es lieſs sich dieses Verfahren öfter hinter einander leicht wiederholen.

Der Erfolg dieser Operation bestand in einer Änderung der Lage der beiden Pole und des magnetischen Mittelpunctes oder des sogenannten indifferenten Querschnittes. Diese Änderung versinnlichet die Figur 15, wo *A* und *B* zwei Magnetstäbe vorstellen, an denen die Buchstaben *N*, *S*, *O* und *C* die beiden Pole, den magnetischen und den physischen Mittelpunct bezeichnen,

und zwar gibt I. diese Puncte in der Lage an, welche sie einnehmen, wenn beide Stäbe mittelst des Doppelstriches magnetisirt worden sind; II. dieselben, nachdem ein Pol eines 12zölligen Magnetes sehr schnell von der Mitte gegen das Ende von *A* und *B* hingeführt worden ist; und endlich III. eben diese Puncte, wenn derselbe Magnet zwei Mal über die Hälfte der zwei Stäbe *A* und *B* hingeführt wird. Hier bezeichnen S', N', O' die beiden Pole nach wiederholter Operation.

Die Lage der Puncte *S*, *N*, *O* wurde durch eigene Versuche ausgemittelt. Dazu diente ein viereckiges Bret mit einer in Zehntelzoll getheilten Längenscale, das sich um eine verticale Axe drehen liefs. Auf dieses Bret wurde der zu prüfende Magnet so gelegt, dafs seine Axe mit einer der Seitenkante des Bretes parallelen Linie in derselben Verticalebene lag.

Wollte man die Lage eines Poles bestimmen, so wurde das Bret mit dem darauf liegenden Magnete so gedreht, dafs die Axe des letzteren auf dem magnetischen Meridian senkrecht stand, und dann an dessen Nord- oder Südhälfte, je nachdem man den Nord- oder Südpol bestimmen wollte, eine kleine bewegliche Probemagnetnadel so lange in derselben Horizontalebene, in welcher sich das Bret befand, hin und her geschoben, bis diese genau im magnetischen Meridian in Ruhe kam. Da dieses nur erfolgen kann, wenn die Kraft des zu prüfenden Magnetes, mit der er auf die Probenadel wirkt, mit der Richtkraft, welche der Erdmagnetismus auf sie ausübt, dieselbe oder eine ihr entgegengesetzte Richtung hat, so mufs der Theilstrich der Scale, nach welchem bei dieser Lage die Axe der Probenadel hinweiset, zur Stelle führen, welcher ein Pol des Magnetes entspricht.

Bei der Bestimmung des indifferenten Querschnit-

tes oder des magnetischen Mittelpunctes wurde das Bret so gedreht, dafs die Axe des Magnetes in den magnetischen Meridian zu liegen kam, und ihr Nordpol nach Süd zeigte, hierauf die Probenadel genähert und so lange verschoben, bis auch ihre Axe im magnetischen Äquator ruhig verharrte. Da war offenbar der indifferente Querschnitt mit der Axe der Probenadel in derselben Verticalebene.

Es ist interessant zu erfahren, ob die Anordnung des Magnetismus in einem Stabe, der durch einseitiges Magnetisiren unsymmetrisch sich vertheilt hat, mit der Zeit eine Änderung erleidet, oder vielleicht gar sich wieder symmetrisch zu vertheilen sucht. *Christie* hat zu diesem Behufe die vorhin genannten Stäbe, nachdem er die Lage ihrer Pole und ihrer indifferenten Ebene genau bestimmt hatte, durch halbseitiges Streichen mit einem Pole eines Magnetstabes mit unsymmetrisch angeordnetem Magnetismus versehen, die Lage obiger Puncte wieder bestimmt, hierauf die Stäbe an einen Ort gebracht, wo sie gegen jeden Einflufs, der ihre magnetische Kraft afficiren oder ändern konnte, möglichst gesichert waren, und von Zeit zu Zeit die Bestimmung der Pole und des indifferenten Querschnittes wiederholt vorgenommen. Folgende Tafel zeigt das Resultat dieser Versuche. Unter der Benennung ungestörter Magnetismus wird jener verstanden, den der Stab durch den Doppelstrich erlangt, gestört hingegen heifst er nach dem einseitigen Streichen.

Magnetismus.		Entfernung vom Mittelpuncte des Stabes			Zeit der Beobachtung.
		des Nordendes.	des Südendes.	des indifferenten Querschn.	
A.	Ungestört	3.75	3.80	0.48	5. Nov. 1827.
	Gestört	4.06	2.73	1.49	5. Nov.
		4.10	2.84	1.31	12. Dec.
		4.12	2.86	1.32	23. April 1828.
		4.12	2.86	1.32	14. Mai.
B.	Ungestört	3.73	3.76	0.01	5. Nov. 1827.
	Gestört	2.64	4.05	1.52	5. Nov.
		2.67	4.07	1.47	12. Dec.
		2.75	4.05	1.45	23. April 1828.
		2.75	4.05	1.37	14. Mai.

Aus dieser Tabelle ersieht man, dafs der Stab *A* nur anfangs ein kleines Bestreben zeigte, die Anordnung seines Magnetismus zu ändern, und zwar zwischen dem 5. Nov. und 12. Dec., aber vom 12. Dec. bis 14. Mai an blieb er ungeändert, und würde wahrscheinlich ohne äufsere Veranlassung in demselben Zustande fortwährend verharren. Der Stab *B* erlitt selbst in der letztern Zeit noch eine kleine Veränderung. *Christie* überzeugte sich auch, dafs das Bestreben eines Magnetes, die gestörte Symmetrie seiner magnetischen Kräfte wieder herzustellen, nur kurze Zeit nach der Störung daure, und bald so schwach werde, dafs er die Coercitivkraft des Stahles nicht zu überwältigen vermag, wiewohl bei den von ihm gebrauchten Stäben diese Kraft nicht sehr bedeutend war, indem sie leicht von der Feile angegriffen wurden.

Im Originale kommen auch Versuche über die Än-

derung der Intensität des Magnetismus durch Störung der symmetrischen Anordnung desselben vor, und es wird eine Tabelle mitgetheilt, welche die Ergebnisse solcher Versuche enthält. Da die Methode, nach welcher diese Versuche angestellt wurden, die von *Coulomb* gebrauchte Oscillationsmethode ist, demnach nichts Neues enthält, und die Resultate, welche sich daraus ergeben, leicht verständlich sind, ohne diese Tabelle vor Augen zu haben; so mag es hierüber genügen, bloſs diese Resultate anzugeben. Diese bestehen darin:

Die Puncte, welche sich, den vorhergehenden Versuchsmethoden gemäſs, als Mittelpuncte der magnetischen Kräfte (Pole) charakterisiren, sind nicht jene, an welchen die Intensität dieser Kräfte am gröſsten ist. Die Störung der Symmetrie des Magnetismus bringt demnach nicht bloſs eine Störung in der Lage der Pole, sondern auch in der Intensität ihrer Kraft hervor, und zwar nicht bloſs in dem Pole, an welchem die Störung des Magnetismus unmittelbar bewirkt worden ist, sondern auch am entgegengesetzten. Doch ist diese Änderung nicht an allen Magneten gleich groſs, und auch nicht an beiden Hälften desselben Magnetes. An einem Magnete war die Intensität des Poles, worauf die Störung unmittelbar wirkte, in dem Verhältnisse 83 : 31 herabgesetzt, die des andern Poles aber nur in dem Verhältnisse 83 : 43. In einem anderen Magnete war ersteres Verhältniſs 83 : 35, letzteres 83 : 52. In beiden Fällen hat sich der schwächere Pol am meisten geändert. Es hat ferner den Anschein, als wäre das Product aus der Intensität des Magnetismus der Puncte, die sich als Pole zu erkennen gaben, in der Entfernung vom indifferenten Querschnitte zu beiden Seiten des letzteren einander gleich.

4. Variation der Magnetnadel. Von *Witt.*

(Edinb. journ. of sc. N. 19, p. 23.)

Zu Boston, Falmouth und Penobscot wurde vom Jahre 1672 bis zum Jahre 1800 die Variation der Magnetnadel beobachtet. Die Resultate dieser Beobachtungen, die 128 Jahre umfassen, enthält folgende von *Winthrop* entworfene Tafel:

Jahr.	Beobachtungsort.			Mittlere jährl. Differenz.
	Boston.	Falmouth.	Penobscot.	
1672.	11° 15′	12°	12° 8′	15′
1678.	11°	11° 45′	11° 53′	30′
1689.	10° 30′	11° 15′	11° 23′	30′
1700.	10°	10° 43′	10° 53′	14′ 1/3
1705.	9° 45′	10° 31′	10° 39′	15′ 1/3
1710.	9° 32′	10° 12′	10° 25′	12′ 1/3
1715.	9° 18′	10° 3′	10° 11′	—
1720.	9° 5′	9° 50′	9° 58′	13′
1725.	8° 57′	9° 36′	9° 44′	12′
1730.	8° 37′	9° 22′	9° 30′	16′
1735.	8° 23′	9° 8′	9° 30′	14′
1742.	8°	8° 45′	8° 53′	23′
1745.	7° 56′	8° 41′	8° 49′	4′
1750.	7° 42′	8° 27′	8° 32′	15′
1757.	7° 20′	8° 5′	8° 13′	21′
1761.	7° 7′	7° 52′	8°	13′
1763.	7°	7° 45′	7° 53′	7′
1770.	6° 45′	7° 31′	7° 39′	14′ 1/3
1775.	6° 32′	7° 17′	7° 25′	13′ 2/3
1780.	6° 18′	7° 3′	7° 11′	14′
1785.	6° 4′	6° 49′	6° 57′	14′
1790.	6° 50′	6° 35′	6° 43′	14′
1795.	5° 35′	6° 21′	6° 29′	14′ 1/3
1800.	5° 22′	6° 7′	6° 15′	15′ 1/3
Differenz für 128 J.	5° 53′	5° 53′	5° 53′	

Mittlere jährliche Differenz 2′ 45″ 28‴

Brewster hegt einigen Verdacht gegen die Richtigkeit dieser Resultate, weil sie an den verschiedenen Plätzen von mehreren Beobachtern angestellt, doch eine in den meisten Jahren vollkommen übereinstimmende jährliche Differenz geben.

5. Magnetisirung durch den electrischen Strom. Von *Moll.*

(*Bull. d. sc. math. etc. Avril* 1829, *p.* 277.)

Moll hat die Versuche über die Magnetisirung des Stahls mittelst eines durch eine Spirale geleiteten electrischen Stromes, welche schon früher von mehreren Naturforschern, vorzüglich von *Savary* angestellt worden sind, weiter verfolgt, und einige nicht uninteressante Facta ausgemittelt. Er bediente sich bei seinen Versuchen zur Erregung des electrischen Stromes einer geladenen Leidnerflasche von nahe 100 Quadratdecimetern Oberfläche, und brauchte zur Entladung derselben einen Spiraldraht aus Kupfer mit rechten Windungen. Der Durchmesser jeder Windung betrug nahe 120 Millimeter. *Moll's* Absicht ging dahin, den Einfluſs der Umhüllung des Drahtes, den er magnetisiren wollte, und der darum sich in der Spirale befand, auszumitteln. Bekanntlich hindert eine Glasröhre, welche den Draht enthält, die Magnetisirung nicht, und diese erfolgt, selbst wenn die Wanddicke dieser Röhre 0,007 beträgt, eben so, als wenn der Draht sich ohne Umhüllung in der Spirale befindet. Dasselbe findet Statt, wenn man Röhren von Elfenbein, gebranntem Thon, Stein oder Holz etc. anwendet. Befand sich der zu magnetisirende Draht in einem Eisencylinder von 0.033 Durchmesser, so erhielt er keinen Magnetismus mehr, eben so wenig in einer 0.003 dicken Kupferröhre mit einem Durchmesser von 0.075, und in einem Platingefäſse mit ungefähr

0.001 dicken Wänden. Aber in einem oben mit zwei oder drei Löchern versehenen Kupferbehältnifs ertheilte der Strom bei seinem Durchgange durch die Spirale der Stahlnadel die magnetische Kraft vollkommen.

B. W ä r m e.

Untersuchungen über die specifische Wärme der Gase. Von *La Rive* und *Marcet.*

(Bibl. univ. Mai 1829, p. 37.)

La Rive und *Marcet* haben im 35sten Bande der *Annales de Chimie et de Phys.* ihre Untersuchungen über die specifische Wärme der Gase bekannt gemacht; Untersuchungen, die auch in Deutschland bekannt genug geworden, da sie fast in alle physikalischen Journale übergegangen sind. Diese Zeitschrift enthält sie im 3ten Bande. Sie führten zu dem merkwürdigen Resultate, dafs alle gasförmige Substanzen unter demselben Drucke und unter demselben Volumen, so verschieden auch ihre chemische Natur seyn mag, dieselbe specifische Wärme besitzen. Die Richtigkeit dieses Resultates schien aber Einigen darum zweifelhaft, weil die Versuche, aus denen man sie folgerte, mit zu kleinen Gasmassen angestellt wurden, als dafs sich die Unterschiede der specifischen Wärme, wenn es etwa deren gibt, hätten zeigen können. Um diesem Einwurfe zu begegnen, wurden die schon früher angestellten Versuche noch ein Mal vorgenommen, und zwar genau nach derselben Methode, derer sie sich früher bedient hatten, welche darin besteht, dafs aus der Gröfse der Erwärmung, welche gleiche Gasvolumina bei ungleicher materieller Beschaffenheit von derselben Wärmequelle unter denselben Umständen annehmen, auf die Gröfse ihrer Wärmecapacität geschlossen wurde. Die Temperatur der Gase wurde

aber nicht etwa durch ein darein gestelltes Thermometer, dessen Wärmeänderung nie mit der der Gase ganz gleichzeitig ist, und daher keine ganz sicheren Resultate gibt, sondern durch die Gröfse der Expansivkraft des Gases selbst gemessen; denn das Gas befand sich in einer dünnen Glaskugel, an der eine gebogene Röhre angesetzt war, die in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäfs reichte, und man konnte aus der Bewegung der Quecksilbersäule mit grofser Zuversicht auf die Temperatur des Gases einen Schlufs machen. Es liefs sich, da der auf dem Gas lastende Druck 68—70 Centimetern entsprach, mit Sicherheit $^1/_{25}$ eines hunderttheiligen Wärmegrades abnehmen. Die Temperaturerhöhung wurde durch ein Wasserbad hervorgebracht, und nur strahlende Wärme dem Gase zugeleitet. Dieses bewirkte man dadurch, dafs man die Glaskugel, welche das Gas enthielt, in einen kupfernen, inwendig geschwärzten, mit sehr dünnen Wänden versehenen Ballon brachte, in welchem die Luft möglichst verdünnt wurde, und diesen Ballon in das Wasserbad brachte. Die Versuche wurden mit *atmosphärischer Luft*, mit *Kohlensäuregas*, mit *Stickstoffprotoxydgas* und mit *Wasserstoffgas* vorgenommen. Die Gase hatten beim Beginne des Versuches eine Temperatur von 10° *C.*, das Wasserbad 20°. Der Erwärmungsgrad wurde aus dem Verhältnisse berechnet, welches zwischen der Zunahme der Expansivkraft des Gases nach Verlauf von 5 Minuten Statt fand, wenn es bereits die Temperatur des Bades angenommen, mithin eine Temperaturerhöhung von 10° *C.* erreicht hatte.

Folgende Tafel gibt die erhaltenen Resultate an:

G a s.	Druck, unter dem es stand, in Centim.	Erwärmung in 5 Min. nach *C.*
Atmosphärische Luft	66	6.70
	46	7.64
	25	8.55
Kohlensäuregas . .	68	6.66
	55	6.96
	42	7.80
	27	8.45
	17	9.50
Azotprotoxydgas . .	67	6.69
	50	7.20
	37	7.60 *)
	27	8.50
Hydrogengas . . .	65	7.00
	50	7.40
	32	8.10
	22	8.60

Diese Versuche wurden bloſs in der Absicht unternommen, um zu zeigen, daſs das hiebei angewendete Verfahren geeignet ist, Unterschiede in der specifischen Wärme der Gase anzugeben, wenn solche Statt finden. Wirklich geht aus obigen Resultaten hervor, daſs die Capacität der Gase unter demselben Volumen desto kleiner ist, je geringer die Dichte derselben ist, oder unter je geringerem Drucke sie stehen.

Dessen ungeachtet hielten *La Rive* und *Marret* es für nothwendig, ihre Versuche mit gröſseren Gasmengen zu wiederholen. Sie nahmen deſshalb eine Glasku-

*) Diese Zahl fanden *La Rive* und *Marcet* fehlerhaft, doch entdeckten sie den Fehler erst, als der Apparat schon zerlegt war, und der Versuch nicht mehr wiederholt werden konnte.

gel, welche bei einem Luftdrucke von 68 *C.* und bei 12° *C.* 0.4 Gramme atmosphärische Luft faſste, und dabei eine so dünne Wand hatte, daſs sie nur 22 Gramme wog. Die gekrümmte Glasröhre hatte einen Durchmesser von 4 Mill., und war daher weit genug, um der Quecksilbersäule die nöthige Beweglichkeit zu verschaffen. In der Entfernung von 12 Cent. vom Ballon war diese Röhre mit einem gläsernen Hahn versehen, welcher es möglich machte, die atmosphärische Luft im Ballon zu verdünnen und Gase einzufüllen, die Metall angreifen, wie z. B. Chlorgas, Schwefelwasserstoffgas. Man muſste aber doch die Vorsicht brauchen, zwischen dem Hahn und dem Quecksilber eine Säule atmosphärische Luft zurückzulassen, damit ein solches Gas nicht unmittelbar auf das Quecksilber wirken und es angreifen konnte. Die Verunreinigung des zu untersuchenden Gases durch eine verhältniſsmäſsig so geringe Quantität atmosphärischer Luft konnte der Richtigkeit der Resultate keinen wesentlichen Abbruch thun, wenigstens nicht in so ferne, als es sich darum handelte, auszumitteln, ob in der Capacität verschiedener Gase Differenzen sind oder nicht.

Der kupferne Ballon, worein man die Glaskugel stellte, hatte nahe 8 Z. im Durchmesser, war wie der vorhin besprochene inwendig geschwärzt und mit sehr dünnen Wänden versehen. Nach jedem Versuche wurde aufs neue untersucht, ob alle Theile des Apparates noch im guten Zustande seyen, insbesondere, ob der kupferne Ballon nicht Luft gefangen habe.

Beim Versuche wurde folgendes Verfahren angewendet: Anfangs wurde die Luft in der Glaskugel möglichst verdünnt, dann das Gas eingefüllt und einem Drucke von beiläufig 69 Centim. ausgesetzt; hierauf wurde eben so der Kupferballon luftleer gemacht, und

in eine Wassermasse von 10° R. getaucht. Man überzeugte sich, dafs das Gas die Temperatur des Wassers angenommen habe, aus dem einige Zeit hindurch stationären Stande der Quecksilbersäule. Sobald man hievon überzeugt war, wurde die Kupferkugel schnell in eine zweite mit Wasser von etwas weniger als 25° R. gefüllte Wanne übertragen. Das Gas bekam alsogleich eine grössere Expansivkraft, zum Beweise, dafs die höhere Temperatur darauf einzuwirken beginne, und die Quecksilbersäule wurde herabgedrückt. Von dem Augenblicke an, wo die Erwärmung bemerklich wurde, beobachtete man von 5 — 5 Min. die Gröfse der Verkürzung der Quecksilbersäule, und entnahm daraus die ihr entsprechende Temperaturerhöhung von Seite des Gases. Wenn der Versuch mit einem anderen Gase angestellt wurde, so erzeugte man, nachdem man es in den Ballon geleitet hatte, mehrere Male hinter einander wiederholt einen nahe luftleeren Raum, um das erstere Gas gänzlich zu vertreiben. Die Gase waren möglichst rein und trocken, es wurde eine grofse Wassermasse angewendet und immer umgerührt, um ihre Temperatur allenthalben von gleicher Gröfse zu erhalten. Jeder Versuch wurde öfters vorgenommen, man brauchte aber nicht einmal von den erhaltenen Resultaten das Mittel zu nehmen, denn diese stimmten genau mit einander überein.

Auf solche Weise wurde mit folgenden Gasen verfahren: atmosphärische Luft, Kohlensäuregas, Azotprotoxydgas, öhlbildendes Gas, schwefeligsaures Gas, geschwefeltes Wasserstoffgas, Chlorgas und Hydrogengas. Sie wurden in der Ordnung, wie sie hier auf einander folgen, untersucht. Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Untersuchung. Die erste Spalte enthält das Gas, womit der Versuch gemacht wurde, die zweite die Dauer der Erwärmung, die dritte die Zunahme der

Expansivkraft des erwärmten Gases, und endlich die vierte die Gröſse dieser Erwärmung, so wie sie sich aus der Zunahme der Expansivkraft des Gases ergab.

G a s.	Dauer der Erwärmung in Minuten.	Zunahme d. Expansivkraft in Mill.	Zunahme der Temperatur n. *C.*
Atmosphärische Luft	2	23.0	9°.20
	3	28.1	11°.24
	4	31.5	12°.60
	5	33.5	13°.40
	6	34.6	13°.84
	7	35.4	14°.16
	8	36.0	14°.40
Kohlensäuregas .	2	23.0	9°.20
	3	28.0	11°.20
	4	31.5	12°.60
	5	33.7	13°.48
	6	34.7	13°.88
	7	35.5	14°.20
	8	35.9	14°.36
Azotprotoxydgas .	2	23.0	9°.20
	3	28.0	11°.20
	4	31.3	12°.52
	5	33.4	13°.36
	6	34.5	13°.80
	7	35.5	14°.20
	8	36.0	14°.40
Öhlbildendes Gas .	2	23.0	9°.20
	3	28.0	11°.20
	4	31.5	12°.60
	5	33.1 (?)	13°.24 (?)
	6	34.5	13°.80
Schwefeligsaures Gas	2	23.0	9°.20
	3	28.0	11°.20
	4	31.5	12°.60
Geschwefeltes Wasserstoffgas . .	2	23.0	9°.20
	3	28.1	11°.23
	4	31.7	12°.68

G a s.	Dauer der Erwärmung in Minuten.	Zunahme d. Expansivkraft in Mill.	Zunahme der Temperatur n. *C.*
Chlorgas	2	22.9	9°.16
	3	28.0	11°.20
	4	31.6	12°.64
	5	33.5	13°.40
	6	34.4	13°.76
Hydrogengas . .	2	23.6	9°.44
	3	29.0	11°.60
	4	32.0	12°.80
	5	33.8	13°.52
	6	34.7	13°.88
	7	35.5	14°.20
	8	36.1	14°.44

Beim schwefeligsauren Gas, beim geschwefelten Wasserstoffgas und beim Chlorgas liefs sich die Zeit der Erwärmung nicht weiter verlängern, als es hier geschehen ist, weil man sonst die völlige Vermischung dieser Gase mit der im Glasrohr rückständigen atmosphärischen Luft nicht hätte vermeiden können, und es unmöglich gewesen wäre, die Quecksilbersäule gegen ein solches Gas zu schützen. Die nach Verlauf von 5 Minuten am öhlbildenden Gas beobachtete Erwärmung ist offenbar fehlerhaft. weil die übrigen Wärmegrade mit denen bei anderen Gasen bei derselben Dauer der Erwärmung sehr gut übereinstimmen; nur beim Wasserstoffgas ist die Abweichung gröfser, als dafs man sie einem Beobachtungsfehler zuschreiben könnte. Sie mufs demnach von einer besonderen Ursache abhängen.

Die Verfasser ziehen übrigens aus dieser Tabelle folgende Schlüsse: Die Expansivkraft aller Gase, welche dem Versuche unterworfen wurden, mit Ausschlufs des Hydrogengases, hat bei gleichem Volumen nach Verlauf

derselben Zeit um gleich viel zugenommen, alle haben sich daher gleich stark erwärmt. Die Differenzen, welche sich einfanden, sind sehr gering, und bald positiv bald negativ, so daſs sie verschwinden, wenn man aus den für eine verschiedene Erwärmungsdauer erhaltenen Resultaten das Mittel nimmt. Dieses deutet darauf hin, daſs entweder alle Gase dieselbe specifische Wärme haben, oder daſs der Apparat nicht empfindlich genug ist, um die bei der Erwärmung eintretenden Differenzen, wenn es solche gibt, anzuzeigen. Letzteres ist aber durchaus unwahrscheinlich, da die Glaskugel, welche etwas unter 22 Gr. wiegt, und 0.4 Gr. atmosphärische Luft fassen kann, nicht alle Wärme absorbiren, und so den Einfluſs desselben auf die Erwärmung vernichten kann. Es ist klar, daſs sich die strahlende Wärme, welche durch den leeren Raum zur Glaskugel gelangt, sich in die Glaskugel und in das darin enthaltene Gas nach Verhältniſs ihrer Masse und specifischen Wärme vertheilt. Berechnet man die Capacität zweier Gase für den Fall, wo die beobachteten Erwärmungsgrade verschieden sind, so kommt man auf zwei Zahlen, deren sich eine von der anderen nur um $^1/_{10}$ unterscheidet. Setzt man daher auch alle Beobachtungen zur Seite, welche eine vollkommene Gleichheit in der Erwärmung der Gase geben, und führt die Rechnung nur nach jenen, wo in dieser Hinsicht Differenzen Statt finden, so geht daraus hervor, daſs, wenn verschiedene Gase verschiedene Capacität haben, diese nur um $^1/_{10}$ von einander differiren können.

Auch die Verschiedenheit in der Leitungsfähigkeit der Gase konnte keinen störenden Einfluſs auf das Resultat der Untersuchung nehmen, weil aus anderen Versuchen bekannt ist, daſs diese Leitungsfähigkeit bei allen Gasen, mit Ausnahme des Hydrogengases, fast die-

selbe ist, und die Unterschiede der Temperatur und Massen zu klein waren, als daſs sie hiedurch eine Störung hätten bewirken können. Beim Hydrogengas zeigt sich dieser Einfluſs aber deutlich, indeſs dieses Gas sich schneller erwärmt als die übrigen, und nur nachdem die Erwärmung bereits 6 Min. gedauert hatte, ward seine Erwärmung der der anderen Gase gleich, weil da der Temperaturunterschied zwischen dem Gas und der Umgebung sehr klein war.

Daſs man die Übereinstimmung in den Erwärmungsresultaten nicht etwa daraus erklären kann, daſs das Leitungsvermögen der Gase ihrer specifischen Wärme proportionirt sey, läſst sich daraus abnehmen: 1) Alle bisher angestellten Versuche beweisen, daſs die Gase in Betreff ihrer Leitungsfähigkeit sehr wenig von einander verschieden seyen, und daher dieser Unterschied keinen Einfluſs ausüben kann; 2) weil andere Versuche gelehrt haben, daſs die Leitungsfähigkeit den Capacitäten für die Wärme *verkehrt* proportionirt sey; 3) weil das Wasserstoffgas, dessen Leituugsfähigkeit bekannter Maſsen merklich gröſser ist, als das der übrigen Gase, den Einfluſs derselben deutlich zeigt. Demnach folgt aus allen diesem, was aus den früheren Versuchen gefolgert wurde:

1. Daſs alle Gase unter demselben Drucke und bei demselben Volumen dieselbe specifische Wärme besitzen.
2. Daſs die specifische Wärme eines Gases desto kleiner ist, je geringer bei einerlei Volumen der Druck ist, unter dem es steht.

C. Electricität.

Über Electrochemie. Von *Becquerel.*

(Ann. de Chim. etc. Mai 1829, p. 5.)

Gegenwärtige Abhandlung besteht aus zwei Haupttheilen. Der erste handelt von electrochemischen Wirkungen, welche hauptsächlich durch Berührung von Auflösungen unter sich und mit Metallen hervorgebracht werden; der zweite enthält Anwendungen dieser Wirkungen auf chemische Verbindungen.

Der Verfasser schickt dem ersten Theile eine kurze, aber keineswegs vollständige Geschichte der Meinungen und Bemühungen der Physiker über das *primum movens* der bei der Berührung heterogener Stoffe sich entwickelnden Electricität voraus, und geht dann auf die nähere Betrachtung der Wirkungen über, welche Salzauflösungen oder verschiedenartige Flüssigkeiten auf einander ausüben. Er bedient sich zur näheren Erörterung dieses Punctes eines Verfahrens, das er schon vor mehreren Jahren in Anwendung gebracht hatte, als es sich darum handelte, die Electricität zu untersuchen, welche sich bei der Verbindung eines Alkali mit einer Säure entwickelt. Er nahm nämlich vier Gefäſse, wovon zwei aus Platin, die zwei anderen aus Porzellan bestanden, stellte sie in eine Reihe vor sich hin, so daſs die Platingefäſse an den beiden Enden der Reihe sich befanden, goſs in die zwei ersteren und in das letzte Salpetersäure, und in das dritte eine Alkalilösung, setzte ferner das erste und zweite, so wie das dritte und vierte mittelst gekrümmter Glasröhren, die Wasser enthielten, und das zweite und dritte mit einem Asbestfaden in Communication. Wurde nun in jedes der zwei äuſsersten ein mit einem Ende eines Multiplicators verbundenes Platinblech

getaucht; so liefs sich aus der Gröfse und Richtung der Ablenkung der Magnetnadel die Stärke und Richtung des entwickelten electrischen Stromes erkennen. Da bei diesem Versuche an beiden Enden alles gleich ist, so wird der electrische Strom durch drei verschiedene chemische Wirkungen hervorgebracht, nämlich durch die Wirkung der Säure im zweiten Gefäfse auf das Alkali im dritten, und durch die des Wassers in der Communicationsröhre zwischen dem dritten und vierten Gefäfse sowohl auf die Säure als auf das Alkali. Die erstere ist offenbar die stärkere, und die Ablenkung der Magnetnadel mufs den ihr entsprechenden Strom anzeigen. Diese Ablenkung zeigte immer darauf hin, dafs die Säure gegen Alkali positiv scy. Dieses Resultat ist dem entgegengesetzt, welches Statt findet, wenn sich eine Säure und ein Alkali blofs berühren, ohne auf einander chemisch einzuwirken, wie *Davy* gezeigt hat.

Beseitiget man die zwei Porzellangefäfse gänzlich, und verbindet die Platingefäfse, nachdem man sie etwa 1 Decim. von einander entfernt hat, mittelst eines mit Wasser getränkten Baumwolldochtes, so hat man nicht sobald eine Vermischung des Alkali mit der Säule zu befürchten, weil der Docht ziemlich lang, und die Dichte der Flüssigkeiten sehr verschieden ist. Tröpfelt man mittelst eines Glasstabes langsam einen Tropfen von einer dieser beiden Flüssigkeiten auf die Mitte des Dochtes; so erfolgt eine Ablenkung der Magnetnadel, und zeigt die Richtung und Stärke des electrischen Stromes an. Auf diesem Wege hat *Becquerel* folgende Resultate erhalten:

Salpetersäure ist positiv electrisch mit { Salzsäure,
Essigsäure,
salpetriger Säure,
Alkalilösungen,
salpetersauren Salzen, gelöset;
schwefelsauren » »
salzsauren » »
etc. etc. etc.

Salpetersäure ist negativ electrisch mit { Schwefelsäure,
Phosphorsäure,
etc. etc. etc.

Phosphorsäure ist positiv mit { Salzsäure,
Schwefelsäure,
Salpetersäure,
Auflösungen von Salzen, Alkalien etc.
etc. etc. etc.

Unter allen Flüssigkeiten ist die Phosphorsäure die am meisten positiv electrische.

Wenn eine Säure auf ein Metall chemisch einwirket, so üben die Lösungen auf einander und auf die Säuren einen Einfluſs aus, der die electrischen Erscheinungen bedeutend modificirt. Man nehme zwei Gefäſse, fülle sie mit einer Auflösung von salpetersaurem Kupfer, tauche in jedes derselben ein vollkommen rein gescheuertes Kupferblech, das mit einem Ende des Multiplicators in Verbindung steht, und man wird keine electrische Wirkung wahrnehmen. Sobald man aber einen Tropfen Salpeter- oder Schwefelsäure in ersteres Gefäſs gieſst, so erscheint das darein getauchte Metallstück *negativ electrisch*. Diese Wirkung rührt nothwendig von der Action des Metalls auf die Säure her. Zinn und sein schwefelsaures Salz, Eisen und sein salzsaures Salz, Blei, Antimon und Wismuth wirken auf ihre respectiven

Salzlösungen, wie Kupfer auf seine Salzlösungen wirkt, sobald man einige Tropfen Säure zusetzt. Selbst mit Zink und Eisen, wahrscheinlich auch mit Mangan findet in ihren salpetersauren Salzlösungen dasselbe Statt. Aber mit schwefelsauren Salzen erhält man an dem Metalle, das sich in dem Gefäſse befindet, in welches man einige Tropfen Schwefelsäure gegossen hat, positive Electricität, mithin das Gegentheil von vorhin. Werden die zwei mit dem Multiplicator verbundenen Metallplättchen in zwei Gefäſse getaucht, die mit einander communiciren, und in eines derselben Säure und ein Salz, in das andere nur Säure gegeben; so wird die Erscheinung nicht nur von der Wirkung der Säure auf das Metall, sondern auch von der der Salzlösung auf die Säure abhängen.

Wenn zwei Metalle in eine oder in zwei verschiedene Flüssigkeiten getaucht werden, so ist die electrische Erscheinung das Resultat der durch die Metalle in Berührung mit den Flüssigkeiten und den Flüssigkeiten unter sich erregten Electricität. Taucht man eine mit dem Multiplicator verbundene Kupferplatte in ein mit gesättigter schwefelsaurer Zinklösung gefülltes Gefäſs, und eine mit demselben communicirende Zinkplatte in ein zweites, dieselbe Flüssigkeit enthaltendes, und setzt beide Gefäſse mittelst eines Asbest- oder Baumwollfadens in leitende Verbindung: so erscheint das Kupfer positiv vermög seiner Berührung mit der Salzlösung, das Zink negativ, mithin in einem Zustande, welcher dem durch Berührung der zwei Metalle unter einander hervorgebrachten entgegengesetzt ist. Gieſst man in das Gefäſs, worin sich die Kupferplatte befindet, einige Tropfen Salpetersäure oder salpetersaure Kupferlösung, so wird der Strom noch stärker, und verharrt ungeschwächt einige Zeit hindurch. Hier bildet sich salpetersaures Kupfer, und dieses ist gegen schwefelsaures Zink posi-

tiv electrisch. Dieselbe Säuremenge bringt im anderen Gefäſse eine merkliche Schwächung der Electricität hervor. Schwefel- und Salzsäure wirken wie Salpetersäure. Überhaupt erhält man ein gleichförmiges Resultat, so lange man Salzlösungen braucht, die durch die Metalle nicht zersetzt werden.

Enthalten die zwei Gefäſse, welche bei den vorhergehenden Versuchen gebraucht wurden, nur Wasser mit $^1/_{50}$ Schwefelsäure, so zeigt die Magnetnadel des Multiplicators eine Ablenkung von 84°, die zum Theile von der Wirkung der Säure auf das Zink abhängt. Zugabe von schwefelsaurem Zink von Seite des Zinkes ändert den Strom nicht, aber einige Tropfen Salpetersäure oder salpetersaures Kupfer an der anderen Seite zugegeben verstärken ihn sehr bedeutend, weil salpetersaures Kupfer gegen schwefelsaures Zink positiv ist. Salpetersäure vermindert an der Zinkseite die Ablenkung, weil salpetersaures Zink gegen schwefelsaures positiv ist.

Die vorhergehenden Erscheinungen wendet der Verfasser an, um die Wirkungen der *Volta*'schen Säule näher zu beleuchten, und den Einfluſs jedes ihrer Bestandtheile zu bestimmen. Er nimmt zu Versuchen hierüber eine Glasröhre, in deren Innerem er zwei Querwände aus Goldschlagerhäutchen anbrachte, und sie so in drei Zellen abtheilte, deren jede von der anderen möglichst gut abgeschlossen war. Diese Zellen konnte man mit verschiedenen Flüssigkeiten füllen, Metalle hineinstellen, sie mit einander verbinden, und mittelst einer Magnetnadel die Stärke des Stromes messen.

Beim ersten Versuch wurden alle drei Zellen mit Wasser gefüllt, das $^1/_{50}$ Schwefelsäure enthielt, in die zwei äuſsersten eine Zink- und eine Kupferplatte getaucht, und beide mit einander mittelst eines Kupferdrahtes verbunden. Die Ablenkung der Magnetnadel

wurde gleich nach dem Eintauchen, und 15 und 30 Minuten später untersucht.

Auf ähnliche Weise wurden die folgenden Versuche angestellt, nachdem die Platten vorläufig gereinigt und die Flüssigkeit gewechselt worden war. Zur leichteren Übersicht stehen hier alle erlangten Resultate in einer Tabelle beisammen.

Flüssigkeit		Dauer der Einsenkung.	Ablenkung der Magnetnadel.
in der Zelle des Kupfers.	in der Zelle des Zinkes.		
Wasser mit $^1/_{50}$ Schwefelsäure.	Wasser mit $^1/_{50}$ Schwefelsäure.	0 Min. 15 » 30 »	63° 53° 46°
Wasser, $^1/_{50}$ Schwefels., $^1/_{50}$ Salpeters.	Wasser, $^1/_{50}$ Schwefelsäure.	0 » 15 » 30 »	81° 73° 65°
Wasser, $^1/_{50}$ Salpetersäure.	Wasser, $^1/_{50}$ Salpetersäure.	0 » 15 » 30 »	81° 71° 67°
Gesättigte Auflösung von salpeters. Kupfer.	Auflösung von schwefelsaurem Zink.	0 » 15 » 30 »	84° 72° 68°
Wasser, $^1/_{50}$ Schwefelsäure.	Wasser, $^1/_{50}$ Schwefels., $^1/_{50}$ Salpeters.	0 » 15 » 30 »	62° 64° 61°

Salpetersaures Kupfer wirkte beim zweiten Versuche, und Salzsäure beim dritten wie Salpetersäure.

Die Schwächung, welche eine *Volta*'sche Säule stets mit der Zeit erleidet, rührt von der Erregung eines secundären, dem primären entgegengesetzten Stromes her. Wird dieser geschwächt, so erfolgt auch die Verminderung der Wirkung der Säule langsamer. Man kann ihm aber nur dadurch stets entgegen arbeiten, wenn man

die Ablagerungen der Stoffe, welche der Hauptstrom durch Zersetzung und Übertragung hervorgebracht hat, durch eine eigene Flüssigkeit wegzuschaffen sucht. Dazu dient nur die oben angegebene Einrichtung der Säule, wo jedes Metall sich in einer eigenen Flüssigkeit befindet. So löset z. B. im fünften jener Versuche, deren Resultate die vorhergehende Tabelle angibt, die Schwefelsäure, die das Kupfer umgibt, das auf das Kupfer übertragene abgelagerte Zink, und die Salpetersäure in der Zelle, worin sich das Zink befindet, bemächtiget sich eines Theiles des Kupfers, das durch die häutigen Zwischenwände gegangen ist.

Nach diesen Versuchen geht *Becquerel* zu den electro-chemischen Wirkungen auf die Erzeugung chemischer Verbindung, als den zweiten Theil seiner Abhandlung, über. Er beginnt damit, die Ehre, zuerst Versuche hierüber angestellt zu haben, *Bucholz* zuzuschreiben, erwähnt dann der zu solchem Behufe früher von ihm angewendeten Versuchsmethoden, und geht endlich zur Sache selbst über, indem er von der electrochemischen Anwendung der Kohle spricht, schickt aber auch hier wieder Einiges über die schon bekannten Eigenschaften der Kohle und ihr Vorkommen voraus. Seine Versuche über die Kohle stellte er mit Anthracit an, weil dieser 97 per Cent Kohlenstoff enthält, und daher eher reiner Kohlenstoff genannt werden kann, als unsere gewöhnliche Kohle.

Taucht man diesen Stoff (der in der Folge stets den Namen Kohle führen wird) mit einem Metall, mit welchem er verbunden ist, in eine Säure, so entsteht ein Strom, dessen Richtung und Intensität von den chemischen Wirkungen abhängt, welche die Flüssigkeit auf den Kohlenstoff und das Metall ausübt. Wird ein Stück Kohle an ein Ende eines Platindrahtes befestiget, dessen

anderes Ende in Salpetersäure getaucht ist, so entsteht auch ein electrischer Strom, und die Kohle nimmt negative Electricität an.

Das Gegentheil erfolgt, wenn man Salzsäure oder Schwefelsäure, oder eine Auflösung von einem diesen Säuren entsprechenden Salze nimmt. Ein Element aus Kohle und Kupfer gibt in Salzsäure einen Strom, wobei erstere positiv electrisch ist. Dasselbe erfolgt mit Kohle und Silber. Dieses kann man zur Bildung verschiedener Chloride benützen. Gibt man nämlich in eine Glasröhre concentrirte Salzsäure, und taucht ein Silberplättchen, das mittelst eines Drahtstückes von demselben Metall mit Kohle verbunden ist, hinein, schliefst dann die Röhre bis auf eine kleine Öffnung, welche dem entwickelten Gas den Ausgang gestattet, so tritt folgendes ein: Das Silber zieht, als der positive Pol der electrischen Kette, das Chlor an und verbindet sich damit, während das Hydrogen sich zur Kohle begibt und Kohlenwasserstoffgas liefert. Das Chlorsilber krystallisirt in Octaëdern, wie das in der Natur vorkommende, doch wachsen die Krystalle nur langsam, sie sind vollkommen hell, und haben alle Eigenschaften, die diesem Stoffe sonst zukommen. Nimmt man statt des Silbers Kupfer, und schliefst die Röhre luftdicht, so wird doch die Salzsäure zersetzt, es erfolgt die Gasentwicklung und zersprengt die Röhre. Nach sechs Monaten oder einem Jahre überzieht sich die Metallplatte mit schönen tetraëdrischen Krystallen von Kupferprochlorid, das sich in der Luft oder im Wasser in Deutchlorid verwandelt. Schliefst man aber den Zutritt der Luft aus, so ändert die Flüssigkeit ihre Farbe, und die Krystalle verschwinden. Die Kohle wird stark angegriffen, und liefert eine noch nicht untersuchte Verbindung in hellen, oft 2 Millim. langen Krystallen.

Auf demselben Wege lehrt *Becquerel* auch Doppelchloride etc. erzeugen. Man nehme, sagt er, eine Uförmig gebogene Röhre, gebe in den unteren Theil derselben nassen Sand oder reine Thonerde, und hierauf in einen Schenkel salpetersaures Kupfer und Kupferdeutoxyd, in den anderen die Hydrochloridlösung, mit der man den Versuch machen will. Hierauf tauche man in jeden Schenkel eine Kupferplatte, und verschliefse alle Öffnungen mit Mastix. Alsobald fängt das in das salpetersaure Salz getauchte Metallstück, das den negativen Pol vorstellt, an, sich mit metallischem Kupfer zu überziehen, die Salpetersäure wird frei, und bleibt entweder frei in der Röhre, oder hilft ein Salz bilden. Im anderen Schenkel oxydirt sich das Kupfer sehr schnell, und dieses ist die unerläfsliche Bedingung zur Chlorsodiumbildung. Ein Theil Chlor geht auf das positiv electrische oxydirte Kupfer über, und bildet Oxichlorid, das sich mit dem Sodiumchlorid vereinet. Nach und nach erscheint diese Verbindung in schönen tetraëdrischen Krystallen, die aber erst nach einem Jahre 2 — 3 Millim. grofs werden. Das Gelingen des Versuches hängt von der Schwierigkeit ab, mit der sich die in den zwei Schenkeln enthaltenen Flüssigkeiten mit einander mischen können, ohne die Übertragung des Oxygens zu hindern.

Wendet man einen stärkeren electrischen Strom an, wobei keine Reduction eintritt, so oxydirt sich das Kupfer in der Salzlösung nicht, und die beabsichtigte Verbindung kommt nicht zu Stande. Das oben gewonnene Doppelchlorid ändert seine Farbe auf eine merkwürdige Weise. Ohne Berührung mit Luft bleibt es unveränderlich, in Berührung mit Wasser zersetzt es sich schnell, das Sodiumchlorid löset sich auf, und das Oxichlorid präcipitirt sich. Einer damit angestellten Analyse gemäfs besteht dieses aus 1.70 Kupferoxyd und aus 0.40 Salz-

säure. Salzsaures Ammonium, salzs. Kalk, Kali, Baryt, Strontian, Magnesia geben mit Kupfer ähnliche auch in Tetraëdern krystallisirende Producte.

Silber liefert mit denselben salzsauren Salzen so wie Blei den vorigen isomorphe Verbindungen.

Mittelst desselben Verfahrens lassen sich auch Doppeljodide, Bromide etc. erzeugen.

Die hier besprochenen Mittel lassen sich auch zur Erzeugung krystallisirter Metalloxyde benützen. Um z. B. krystallisirtes Kupferprotoxyd zu erhalten, leitet *Becquerel* folgendes Verfahren ein: Man nimmt eine Glasröhre, die mit einem Boden versehen ist, und gibt Kupferdeutoxyd hinein, füllt sie hierauf mit einer gesättigten Auflösung von salpetersaurem Kupfer, taucht eine Kupferplatte darein, die zugleich das Kupferoxyd berührt, und schließt hierauf die Röhre luftdicht. Nach Verlauf von 10 Tagen bemerkt man am Kupferplättchen kleine, kubische, metallisch glänzende Krystalle.

Um dieses Phänomen näher zu beleuchten, nimmt man zwei Porzellangefäße, die mit einander mittelst eines Baumwolldochtes in Communication stehen, füllt sie mit einer Auflösung von salpetersaurem Kupfer, und taucht in jedes derselben das Ende eines Kupferplättchens, das an dem anderen mit einem sehr guten Multiplicator in Verbindung steht. Hier zeigt sich kein electrischer Strom, weil von beiden Seiten alles gleich ist. Bestreut man aber den Theil eines Kupferplättchens, der in die Auflösung reicht, mit Kupferdeutoxyd, so tritt bald ein Strom hervor, und das mit dem Oxyd in Berührung stehende Kupfer erscheint negativ, das andere positiv electrisch. Man hat also hier eine kleine Kette, welche an der Zersetzung des salpetersauren Kupfers arbeitet. Dasselbe geht nun beim vorhergehenden Versuche vor. Der Theil des Kupferplättchens, welcher

mit dem Kupferoxyd in Berührung steht, erscheint als negativer, der andere als positiver Pol. Daher zieht das Plättchen dort, wo es nicht vom Oxyd berührt wird, das Kupfer oder sein Oxyd an, und dieses krystallisirt, wenn der electrische Strom die angemessene Stärke hat, und den kleinsten Theilchen hinreichend Zeit gelassen wird, sich nach den Gesetzen der Krystallisation anzuordnen.

Das Phänomen der Ablagerung der Kupferkrystalle ist nach Verschiedenheit der dabei vorhandenen Menge von Kupferdeutoxyd sehr verschieden. Ist diese im Übermaſse vorhanden, so entfärbt sich die Auflösung nach und nach immer mehr, und verliert endlich ihre Farbe ganz. Dabei wird man an den inneren Wänden der Röhre Krystalle von salpetersaurem Ammoniak gewahr, und die Flüssigkeit enthält nur mehr dieses Salz und eine Spur von Kupfer aufgelöset; es verflieſsen aber oft sechs Monate und mehr, bis man letzteres wahrnimmt. Darauf hat die Luft keinen Einfluſs, indem alles luftdicht verschlossen ist, und das Ammoniak kann sich nur auf Kosten des Hydrogens, des Wassers, und des Azotes der Salpetersäure bilden.

Ist die Oxydmenge gering, so bilden sich wohl auch die Oxydkrystalle wie vorhin, aber sie verlieren nach und nach ihren Glanz, und erleiden bis zu einer bestimmten Grenze eine Veränderung. Die Auflösung bleibt aber immer farbelos, und erhält sich so, sobald die Veränderung der Krystalle ihre Grenze erreicht hat.

Die chemische Analyse lehrte, daſs das Kupferdeutoxyd, das sich abgesetzt hat, vom salpeterigsauren Kupfer herrühre, und gibt dadurch über den ganzen Hergang der Sache genügenden Aufschluſs. Das Kupferoxyd, womit die Kupferplatte in Berührung steht, bemächtiget sich eines Theiles der Salpetersäure, und daher kommt es, daſs die Stelle des Plättchens, welche

vom Oxyde berührt wird, auch mit einer Auflösung von salpetersaurem Kupfer in Berührung steht, die weniger gesättiget ist, als jene, worin sich der obere Theil des Plättchens befindet. Hieraus entspringt nur ein electrischer Strom, der obere Theil des Kupfers ist negativ, der untere positiv electrisch, und es muſs sich Kupferoxyd an jenem absetzen. Daſs diese Wirkung nur sehr schwach seyn kann, ist daraus ersichtlich, weil das Deutoxyd, als wässerliche Substanz, nur schwer auf die Säure des Salzes wirkt, und daher der Unterschied im Sättigungsgrade beider Auflösungen sehr gering ist.

Während allen diesen Erscheinungen entwickelt sich kein Gas. *Becquerel* meint, daſs sich das Oxygen, welches bei der Umwandlung des Deutoxydes in Protoxyd frei wird, zum unteren Theile des Plättchens, als zum positiven Pole der Kette begibt, um ihn zu oxydiren; da sich aber Ammoniak bildet, so muſs die zur Oxydation des Kupfers noch abgängige Oxydmenge durch Zersetzung des Wassers und der Säure erzeugt werden. Diese Zersetzung geht also nur so weit, als die zur Ammoniakbildung nöthige Quantität der Bestandtheile fordert.

Auf solche Weise ist die Wirkung des Deutoxydes auf die Auflösung des salpetersauren Salzes die letzte Veranlassung zur Entstehung des electrischen Stromes, und man bekommt es dadurch in seine Macht, die Intensität des Stromes nach Belieben stärker oder schwächer zu machen, indem man die Auflösung des salpetersauren Salzes mehr oder weniger concentrirt anwendet.

Andere Metalloxyde kann man auf ähnliche Weise erhalten. Z. B. um Bleiprotoxyd zu erhalten, wendet man eine Auflösung von unteressigsaurem Blei, gepulverte Bleiglätte, und einen Bleistreifen an.

Die durch electro-chemische Wirkungen entstan-

denen Producte erleiden durch das Licht eine bedeutende Veränderung. *Becquerel* gab in eine Glasröhre Kupferdeutoxyd, eine gesättigte Auflösung von salzsaurem Kupfer und ein Kupferplättchen, und schloſs hierauf den Apparat hermetisch. Die Flüssigkeit entfärbte sich nach und nach, und an das Kupfer setzten sich Krystalle von Kupferprochlorid ab. Jene Krystalle, welche auf der Lichtseite sich befanden, überzogen sich mit feinen Kupferprotoxydnadeln, an der entgegengesetzten Seite war von ihnen aber keine Spur bemerklich.

Nach *Becquerels* Ansicht kommt dieses entweder davon her, daſs die vom Lichte beschienene Seite des Kupfers sich gleichsam in einem anderen Mittel befindet, als die Schattenseite desselben, und daher eben so zu einem electrischen Pole wird, wie die Seiten des Kupfers, die sich in Flüssigkeiten von ungleicher Concentration befinden, oder es hat der Erdmagnetismus darauf einen Einfluſs, indem die Lichtseite nach dem Nordpol, die andere nach dem Südpol gelehnt war. Übrigens sind beides nur Ansichten, keineswegs ernste Behauptungen.

Ein besonderes electrisches Phänomen. Von *Emmett.*

(Phil. Mag. March. 1829, *p.* 170.*)*

Das Phänomen, dessen *Emmett* Erwähnung thut, wurde an einem Drahte bemerkt, der mit dem Reibzeuge einer besonders kräftigen Electrisirmaschine in Verbindung stand. Die Electrisirmaschine hat eine Kugel aus gemeinem Bouteillenglas von 18 Z. Durchmesser, einen Conductor von 3 F. Länge und 6 Z. Dicke, und gab Funken von 12 Z. und mehr. Sie befand sich in einem sehr trockenen Locale. Das erwähnte Phänomen bestand in Folgendem:

Wenn ein Funken an der Kugel erschien, so ver-

nahm man ein Geknister an obigem Drahte; nachdem das Locale, worin sich die Maschine befand, verfinstert worden war, so erschien der ganze Draht schön leuchtend, sobald ein Funken vom Conductor ins Reibzeug überschlug, und es erschienen daselbst an Stellen, die um $^1/_8$ — $^1/_{10}$ Z. von einander abstanden, Funken von $^3/_4$ Z. Länge.

Der Draht, an welchem man dieses Phänomen zuerst bemerkte, bestand aus Kupfer, und war $^1/_{20}$ Z. dick. Aber selbst als ein nur $^1/_{80}$ Z. dicker und gegen 70—80 F. langer Silberdraht angewendet wurde, konnte man dasselbe bemerken; es erschien der Draht in seiner ganzen Länge beleuchtet, die Funken, welche er aussendete, waren so lang wie vorher, nur nicht so leuchtend. Brachte man eine leitende Substanz auf $^1/_2$ Z. in die Nähe des Drahtes, so erhielt man an jeder beliebigen Stelle einen dichten, stechenden Funken. Wurde der Draht mit dem Goldblattelectrometer in Verbindung gesetzt, so ging bei jeder Beleuchtung desselben ein Funken von den Goldplättchen in die Zinnplättchen der Seitenwand über, aber die Plättchen divergirten kaum, und es war nur ein schwaches Schwanken an denselben bemerkbar, wiewohl die überschlagenden Funken $^1/_2$ Z. lang waren. Als man den Draht mittelst Glasstangen isolirt hatte, zeigte er sich durchaus negativ electrisch, und es konnte dieselbe Erscheinung bemerkt werden wie vorhin; nur wenn man das Goldblattelelectrometer in die Nähe brachte, divergirten die Plättchen stark, und es zogen lebhafte Funken von den Goldplättchen in die Seitenwände über, ohne jedoch erstere zu verletzen oder nur stark zu bewegen.

D. Über die Gestalt der Erde. Von *Biot.*

(Mém. de l'Acad. roy. des sc. Tome VIII., p. 1—57.)

Die Beantwortung der Frage über die Gestalt der Erde ist seit anderthalb Jahrhunderten der Gegenstand vielfacher Bemühungen gewesen, und hat in der neueren Zeit wieder eine besondere Aufmerksamkeit erregt. Seitdem man aber vom wirklichen Vorhandenseyn einer Abplattung der Erde überzeugt ist, hat man die Frage über ihre Gestalt bloſs darauf bezogen, die Gröſse dieser Abplattung zu bestimmen. Man hat daher vorausgesetzt, daſs es mit der elliptischen Form der Erde seine volle Richtigkeit habe, und nur mehr die nähere Bestimmung des Ellipsoides erübrige. *Biot* hat diesen Gegenstand von einer anderen Seite aufgefaſst, und vorzüglich die Zulässigkeit der Hypothese der elliptischen Form in nähere Betrachtung gezogen.

Biot prüft zuerst die drei vorzüglichsten, zur Bestimmung der Gestalt der Erde gebrauchten Mittel, die Gradmessung, die Einwirkung der Erde auf die Bewegung des Mondes, und den Zustand des Gleichgewichtes einer flüssigen um ihre Axe rotirenden Masse, in Betreff der Genauigkeit, mit welcher sie die Gestalt der Erde überhaupt angeben, und insbesondere in wie weit auf eine elliptische Gestalt derselben hinweisen. Gradmessungen, sagt *Biot*, lassen über das Abgeplattetseyn der Erde keinen Zweifel übrig, so wenig als dieses der Fall ist, wenn man den Zustand des Gleichgewichtes einer rotirenden flüssigen Masse berücksichtiget; will man aber weiter gehen, und die abgeplattete Gestalt der Erde genauer bestimmen, so stöſst man auf Abweichungen von derselben, die gröſser sind, als daſs sie von Beobachtungsfehlern herrühren könnten. Bei der Anwendung des zweiten oben angegebenen Mittels drückt

man die Wirkung der Erde auf den Mond durch eine Reihe aus, deren Glieder nach den verkehrten Potenzen der Distanzen geordnet sind, wovon das erste die Wirkung einer dem Erdsphäroid an Masse gleichen Kugel, das zweite die Zugabe ausdrückt, welche erfolgen muſs, wenn die Erde elliptisch gestaltet ist, die übrigen endlich alles jenes, was noch ferner zugesetzt werden muſs, um die Wirkung der Erde auf den Mond vollkommen darzustellen. Allein bei der groſsen Entfernung des Mondes von der Erde verschwindet die von den letzteren Gliedern der Reihe abhängige Wirkung, und der Erfolg ist so, als wäre die Erde ein vollkommenes Ellipsoid, selbst, wenn sie von dieser Gestalt nicht unbedeutend abweicht. Bei der Bestimmung der Gestalt der Erde nach den Gesetzen des Gleichgewichtes, denen eine rotirende flüssige Masse unterworfen ist, müssen eine Menge von Voraussetzungen gemacht werden, deren Zuläſsigkeit groſsen Zweifeln ausgesetzt ist; und wenn die Erde die diesen Gesetzen entsprechende Gestalt angenommen und nach dem Festwerden beibehalten hat, wenn sie nicht durch innere Revolutionen geändert worden ist, so muſs sie sich bei Gradmessungen und Pendelschwingungen zu erkennen geben.

Unter diesen Umständen ist es nicht erlaubt, eine elliptische Gestalt der Erde ohne weiteres anzunehmen, und nur die Beschaffenheit der Ellipse näher zu bestimmen, sondern man muſs erst durch Erfahrungen ausmitteln, ob die Hypothese der elliptischen Form angenommen werden dürfe oder nicht.

Wird die Gestalt der Erde als elliptisch angenommen, so muſs die Schwere vom Äquator gegen die Pole wachsen so wie das Quadrat der Breite zunimmt, und Pendelschwingungen, an verschiedenen Orten der Erde angestellt, müssen dieses Gesetz der Änderung der

Schwere ausdrücken, wenn obige Voraussetzung der Natur entspricht, und Abweichungen davon dürfen nicht gröfser seyn, als sie aus den möglichen Beobachtungsfehlern entspringen, oder von localen und zufälligen Einwirkungen auf das Pendel herrühren können. *Biot* zeigt aber, dafs die Abweichungen in der Länge der Pendel wirklich so grofs und so continuirlich seyen, dafs man sie nicht den letztgenannten Ursachen zuschreiben kann, und dafs es demnach mit der elliptischen Hypothese übel stehe.

Zu den hiezu nöthigen Pendelbeobachtungen hat *Biot* mit seinem Sohne im Jahre 1824 eine Reise nach Italien und Spanien unternommen; von Seite der französischen Regierung wurde ihm zu diesem Zwecke ein Schiff zur Disposition gestellt, und auswärtige Regierungen haben ihn in der Erreichung seiner Absicht möglichst unterstützt. Der leider zu früh verstorbene österreichische General *Fallon* hat sogar den Punct, wo *Biot* beobachtete, in sein trigonometrisches Netz aufgenommen. Folgende Tafel enthält die Resultate dieser und mehrerer früherer Messungen dieser Art, und zwar so wie sie an jeder Station beobachtet worden sind, und mit der Correction für die Höhe des Beobachtungsortes über die Meeresfläche.

Beobachtungsort.	Nördliche Breite L	Beobachtete Pendellänge λ in Millim.	Höhe über d. Meeresfläche h	Correction $\frac{2h\lambda}{r}$	Corrigirte Pendellänge l
Unst	60° 45′ 25″	994.943083	8.50	0.002659	994.945742
Fort Leith . .	55° 58′ 37″	994.524453	21.00	0.006565	994.531018
Dünkirchen .	51° 2′ 10″	994.079137	4.00	0.001245	994.080382
Observatorium zu Paris (Meridiansaal) .	48° 50′ 14″	993.844842	70.25	0.021938	993.866780
detto. (Mauer Quad. Saal)	48° 50′ 14″	993.826473	63.00	0.019674	993.846147
Clermont Ferrand . . .	45° 46′ 48″	993.455560	406.00	0.126717	993.582277
Mailand . .	45° 28′ 1″	993.500800	150.08	0.046842	993.547642

Beobachtungs-ort.	Nördliche Breite L	Beobachtete Pendellänge λ in Millim.	Höhe über d. Meeresfläche h	Correction $\frac{2h\lambda}{r}$	Corrigirte Pendellänge l
Padua . . .	45° 24′ 3″	993.597710	30.67	0.009584	993.607294
Fiume . . .	45° 19′ 0″	993.563844	64 80	0.020227	993 584075
Bordeaux . .	44° 50′ 26″	993.447586	17.14	0.005349	993.452935
Figeac . . .	44° 36′ 45″	993.388214	223.00	0.069591	993.457805
Barcelona . .	41° 23′ 15″	993.230852	4.10	0.001279	993.2321312
Formentera .	38° 39′ 56″	993.006385	202.90	0.063275	993.0696597
Lipari . . .	38° 28′ 37″	993.076357	9.00	0.002807	993.0791638

An diese Beobachtungen schliefsen sich jene von Cap. *Kater* an, welche er mit einem Vergleichungspendel an mehreren in dem Meridian zwischen Unst und Formentera liegenden Puncten angestellt hat. Folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Beobachtungen mit Einschlufs der Pendellänge, die für den Meridiansaal des Pariser Observatoriums aus der Londner Pendellänge berechnet wurde.

Beobachtungs-ort.	Nördliche Breite L	Beobachtete Pendellänge λ	Höhe über d. Meeresfläche h	Correction $\frac{2h\lambda}{r}$	Corrigirte Pendellänge l
Unst	60° 45′ 25″	994.935840	8.50	0.002659	994.938499
Portsoy . . .	57° 40′ 59″	994.681591	28 67	0.008962	994.690553
Fort Leith . .	55° 58′ 37″	994.528685	21.00	0.006565	994 535250
Clifton . . .	53° 27′ 43″	994.269356	103 33	0.032286	994.301642
Arbury - Hile .	52° 16′ 55″	994.152520	239.87	0.074943	994.227463
London . . .	51° 31′ 8″	994.114673	28.20	0.008748	994.123421
Shankin - Forin	50° 37′ 24″	994.024000	73.76	0.023040	994 047040
Pariser Observ.	48° 50′ 14″	993.838644	70.25	0.021938	993.860582

An mehreren Stationen, die beinahe in demselben Meridian liegen, wie z. B. zu Unst, Leith und Paris, sind Pendelbeobachtungen von zwei verschiedenen Observatoren angestellt worden, und man hat fast genau dieselben Resultate erhalten. Zu Formentera und Barcelona wurden die Beobachtungen mit

zwei Kugeln von verschiedener Gröſse angestellt, und von zwei Beobachtern hat jeder die einzelnen Theile der Operation wiederholt vorgenommen, so daſs man die da erlangten Resultate für eben so genau ansehen kann, wie die vorhin besprochenen. *Biot* hat zur noch gröſseren Sicherheit aus den Pendellängen, die an je zwei Örtern von geringem Breitenunterschiede gefunden wurden, die Pendellänge einer Mittelstation gefunden, indem er voraussetzte, daſs für sehr geringe Breitenunterschiede das Gesetz ohne merklichen Fehler angenommen werden kann, nach welchem die Schwere mit dem Quadrat der Breite wächst, und hat so sechs verschiedene Pendellängen gefunden, die nahe von 5 zu 5 Grade einem Meridianbogen von 22° entsprechen.

Es seyen l_1; l_2, l_3 etc. die Pendellängen, welche in Stationen von der Breite L_1, L_2, L_3 etc. beobachtet worden sind. Sind die Stationen einander so nahe, daſs man obiges Gesetz auf sie anwenden darf, und nennt man a und b die dem Stücke des Sphäroides, worauf sich jene Stationen befinden, entsprechenden Constanten, so hat man:

$$l_1 = a + b \sin.^2 L_1; \quad l_2 = a + b \sin.^2 L_2;$$
$$l_3 = a + b \sin.^2 L_3 \text{ etc.}$$

Bezeichnet L die Breite der Station, in welcher die Pendellänge l das arithmetische Mittel zwischen den Längen l_1, l_2, l_3 etc. hält, n die Anzahl der Stationen, so wird

$$l = \frac{1}{n}(l_1 + l_2 + l_3 + \ldots), \quad l = a + b \sin.^2 L.$$

Es ist aber auch

$$\frac{1}{n}(l_1 + l_2 + l_3 + \ldots) =$$

$$= a + \frac{b}{n}(\sin.^2 L_1 + \sin.^2 L_2 + \sin.^2 L_3 + \ldots),$$

mithin

$$\sin.^2 L = \frac{1}{n} (\sin.^2 L_1 + \sin.^2 L_2 + \sin.^2 L_3 + \ldots).$$

Mittelst zweier beobachteter Pendellängen kann man auch sowohl die Gröfse a, welche die Pendellänge unter dem Äquator bezeichnet, als auch den Coefficienten b bestimmen. Diese Rechnung für vier auf einander folgende Intervalle, welche die fünf zwischen Formentera und Unst gelegenen mittleren Stationen gaben, geführt, gaben eben so viele Werthe der Gröfsen a und b, und man konnte daraus entnehmen, ob ihr Werth constant oder veränderlich sey. Folgende Tafel enthält diese Werthe.

Combinirte Beobachtungen.	Mittlere Pendellänge l	Breite für l L	log. b	a
Unst: *Kater, Biot*	994.942120	60° 45′ 25″	0.7400047	990.758130
Leith: *Kater, Biot*	994.533134	55° 58′ 37″	0.7411971	990.747728
London u. Dünkirchen . .	994.101902	51° 16′ 38″	0.7425517	990.737225
Clermont und Figeac. . .	993.520041	45° 11′ 46″	0.6377051	991.334103
Barcelona . .	993.232131	41° 23′ 15″	0.5407664	991.713829
Formentera . .	993.069660	38° 39′ 56″		

Für die drei ersten Stationen ist der Coefficient b fast beständig, von Clermont und Figeac aber angefangen bis Barcelona nimmt er schon merklich, von Barcelona bis Formentera hingegen sehr stark ab. Diese Abnahme ist so bedeutend, dafs die Beobachtungsfehler bei der Bestimmung der Pendellänge 0.08 bis 0.09 Millim. betragen müfsten, wenn sie in diesen ihren Grund haben sollte, welches sich bei dem heutigen Zustande der Dinge durchaus nicht annehmen läfst. Etwas ähnliches zeigt sich an der Länge a des Äquatorialsecundenpendels.

Der Werth dieser Länge ist für die ersten drei Stationen fast constant, jedoch zu klein, denn directe Beobachtungen geben sie gleich 991.005776 Mill. Die Stationen, welche über den 45sten Breitengrad hinaus liegen, geben diesen Werth zu klein, und jene, deren Breite unter 45° ist, zu grofs, und man kann weder die eine noch die andere Abweichung von Beobachtungsfehlern herleiten.

Merkwürdig ist es, dafs diese Unregelmäfsigkeiten mit denen übereinstimmen, welche sich bei Gradmessungen desselben Meridians eingefunden haben. Nach *Delambre's* Tabelle zeigt sich die gröfste Anomalie bei den in Frankreich gemessenen Graden zwischen dem Parallelkreise von 44° 41′ 48″ und dem von 47° 30′ 46″, und es ergibt sich daraus eine successive Verzögerung im Zuge der Krümmung zwischen Formentera und Barcelona, also gerade da, wo auch Pendelbeobachtungen auf dasselbe hinweisen.

Einen anderen Beweis für das Daseyn einer Abweichung der Gestalt der Erde von einem Ellipsoid liefert eine Beobachtung des Cap. *Duperrey*. Dieser übertrug mit aller möglichen Sorgfalt zwei Pendel von Paris nach Toulon, und von Toulon nach Paris. Man konnte leicht aus der bekannten Länge des einfachen Pendels für Paris diese Gröfse für Toulon berechnen, und sie auf die Meeresfläche und den leeren Raum reduciren, sobald die Anzahl der Schwingungen desselben Pendels in beiden Stationen innerhalb derselben Zeit gegeben war. Als Pendellänge für Paris wurde jene angenommen, die sich aus zwei von *Borda* unternommenen Bestimmungen im Mittel ergab, und eben so für Toulon jene, die aus zwei von *Duperrey* gemachten Beobachtungen folgte. Man fand für Paris (Breite 48° 50′ 14″) die Länge des einfachen Pendels 993.856463, und für Toulon (Breite 43°

7′ 20″) gleich 993.365222, und aus diesen beiden Werthen ergibt sich log. $b = 0.6933747$, und die Länge des Secundenpendels am Äquator $= 991.058878$. Demnach ist b hier kleiner als es sich aus den von 45° bis Dünkirchen, und gröſser, als es sich aus den von 45° bis Barcelona angestellten Beobachtungen ergibt, ja der Werth dieser Gröſse, welcher sich aus den zwischen dem 49sten und 43sten Grade angestellten Beobachtungen ergibt, nämlich 0.6933747, ist fast genau das Mittel zwischen 0.7425517 und 0.6377051, als denjenigen Werthen, welche b aus den Ergebnissen der Beobachtungen erhält, die von 51° — 40° reichen.

Mittelst des Werthes $b = 0.6933747$ muſs sich mit hinreichender Annäherung die Pendellänge für die zwischen Toulon und Paris liegenden Stationen berechnen lassen; ja selbst wenn man ihn zur Berechnung der Pendellänge für Orte nahe in dem Parallelkreis von Clermont, Figeac und Barcelona anwendet, erhält man Resultate, die mit den Ergebnissen der Beobachtung so gut übereinstimmen, als es die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler und etwaige locale Störungen erlauben. Man erhält nämlich die berechnete Pendellänge für Clermont-Ferrand 993 594064, die beobachtete 993.582277, Differenz — 0.011787; für Figeac die berechnete Pendellänge 993.493494, die beobachtete 993.457805, Differenz + 0.035689; für Barcelona die berechnete Pendellänge 993.216485, die beobachtete 993.232131, Differenz — 0.015646.

Zu demselben Schlusse, zu welchem man nach den bisher gebrauchten Beobachtungen gelangt, führet auch eine Verbindung jener Observationen, die Cap. *Sabine* zu Spitzbergen und Drontheim in Norwegen angestellt hat, mit den von *Biot* zu Padua und Lipari gemachten. Die Verknüpfung dieser Beobachtungen konnte mittelst

des vom Cap. *Kater* zu London beobachteten absoluten Pendels gemacht werden, das mit dem von *Biot* zu Unst, Leith und zu Paris gebrauchten übereinstimmte. Man erhält so vier absolute Pendellängen, die innerhalb 41° ½ beobachtet wurden, und in folgender Tabelle angegeben sind, wo l die auf die Meeresfläche und auf den leeren Raum reducirte Pendellänge, L die nördliche Breite des Beobachtungsortes, b den Coefficienten des Quadrates des Sinus der Breite, und a die Länge des Äquatorialpendels bezeichnet.

Beobachtungsort	l	L	log. b	a
Spitzberg . .	996.035870	79° 49′ 58″	0.7821340	990.169277
Drontheim . .	995.013219	63° 25′ 54″	0.6811560	991.174193
Padua . . .	993.607295	45° 24′ 3″	0.6440546	991.373420
Lipari . . .	993.079164	38° 28′ 37″		

Auch hier nimmt b mit der geographischen Breite ab, und der Werth von a, der für den nördlichen Theil des Bogens zu klein ist, wird für den südlichen zu groſs, wie im Meridian von Unst und Formentera.

Aus allen diesem geht hervor, daſs sich die Intensität der Schwere im europäischen Continente von dem Gesetze der Ellipticität sehr stark entfernt.

Nun handelt es sich darum, die in der Nähe des Äquators beobachteten Pendellängen mit den vorhin gebrauchten zu verbinden, und daraus den Werth von b und a abzuleiten. Zu diesem Behufe verwendet *Biot* die von Cap. *Sabine* gemachten Pendelbeobachtungen. Eine solche brauchbare Beobachtung wurde auf St. Thomas (Br. 0° 24′ 41″), also nahe an dem Puncte angestellt, wo der Meridian von Unst den Äquator schneidet. Aus einer Vergleichung der gefundenen absoluten Pendellänge mit der von Formentera ergibt sich

$$\log. b = 0.7005968 \quad \text{und} \quad a = 991.110622,$$

daher ist hier b nahe so, wie es sich aus den nördlichern Breiten ergibt, und nimmt daher nicht stätig mit der Breite ab, wie es die europäischen Beobachtungen allein für sich anzuzeigen schienen. Dafs aber dieses nicht blofs in dem Meridian von Formentera Statt finde, zeigt eine Vergleichung der Beobachtungen zu Neu-York (Br. 40° 42′ 43″) und der zu Jamaika (Br. 17° 56′ 7″). Aus diesen findet man nämlich

$$\log. b = 0.7075788, \quad a = 990.988870.$$

Die Äquatorialpendellänge ist hier um 0.121752 kleiner als oben, eine Abweichung, die einen besonderen Grund haben mufs. Aus absoluten Pendellängen ergibt sich, dafs dieser darin liegt, dafs die Schwere zu Neu-York etwas geringer als zu Barcelona, aber in Jamaika schwächer ist als auf St. Thomas. Dadurch wird nämlich die Pendellänge am Äquator im Meridian von Neu-York und Jamaika verhältnifsmäfsig verkürzt. Es ist demnach zu St. Thomas eine locale Ursache vorhanden, welche daselbst das Pendel zu lang angibt.

Zwei andere Beobachtungsstationen *Sabine's*, die in demselben Meridian liegen, sind in Grönland (Br. 74° 32′ 19″) und in Sierra-Leone (Br. 8° 29′ 28″). Benützt man die daselbst gefundenen Pendellängen zur Bestimmung der Gröfsen a und b, so findet man:

$$\log. b = 0.7087658, \quad a = 990.995850.$$

Um diese Werthe mit jenen vergleichen zu können, die man aus Beobachtungen in Frankreich und Schottland deducirt hat, mufs man vorerst die Beobachtung von Unst mittelst des mittleren der Breite von Unst entsprechenden Coefficienten auf die Breite von Grönland reduciren. Reducirt man auch die Pendellänge von St. Thomas auf die Breite von Sierra-Leone mittelst des zu

Formentera gehörigen Coefficienten, so erhält man:

$$\log. b = 0.7091298, \quad a = 991.108451.$$

Wiewohl nun der Coefficient b in beiden Stationen fast denselben Werth hat, so ist doch a fast um 0.12 Mill. in einem Falle kleiner als im anderen, woraus man schliefsen kann, dafs zu Unst die Schwere gegen die von Formentera in einem gröfseren Verhältnisse verstärkt ist, als die Hypothese der Ellipticität zuläfst. Dieses zeigt sich auch bei einer Vergleichung der zu Unst und Drontheim beobachteten Pendellängen, so dafs der übermäfsige Zuwachs der Schwere zu Unst keinem Zweifel unterliegen kann. Er kann nicht blofs scheinbar seyn, und etwa von einem Beobachtungsfehler herrühren; denn sollte letzteres der Fall seyn, so müfste man sich in der Zahl der Pendelschläge innerhalb 24 Stunden um 6.585 Einheiten geirrt haben.

Nachdem nun *Biot* seine eigenen und fremde Beobachtungen, die vollkommen oder doch nahe in demselben Meridiane angestellt wurden, mit einander verglichen, und daraus die kaum mehr zu bezweifelnde Wahrheit gefolgert hat, dafs die Hypothese der Ellipticität für die Gestalt der Erdmeridiane unzuläfsig sey, geht er zur Vergleichung solcher Beobachtungen über, welche in demselben Parallelkreis fallen. Da die wirklich gemachten Beobachtungen nicht genau in derselben Breite angestellt wurden, so mufste man sie erst auf eine mittlere Breite reduciren. Für kleine Breitenunterschiede liefs sich wieder die vorhin gebrauchte Methode anwenden, nach welcher man sich des Gesetzes bedient, dafs die Pendellänge wie das Quadrat des Sinus der Breite wächst.

Zuerst wurde jener Parallelkreis vorgenommen, in dessen Nähe Bordeaux und Fiume liegt, und beide Stationen auf einerlei Breite reducirt mittelst des Coefficien-

ten, dessen Log. 0.6933747 ist, und der sich aus den von *Duperrey* zu Paris und Toulon angestellten Beobachtungen ergab. Man fand die Resultate, welche folgende Tafel enthält:

Beobachtungsort.	Pendellänge auf 45° reducirt.	Abstand vom mittleren Werth.
Bordeaux	993.465300	— 0.055051
Figeac	993.487856	— 0.032495
Clermont	993.521794	+ 0.001443
Mailand	993.511431	— 0.008920
Padua	993.576209	+ 0.055858
Fiume	993.559517	+ 0.039166

Der mittlere Werth der Pendellänge für die nördliche Breite von 45° ist 993.520351.

Aus dieser Tabelle ergibt sich, dafs die Intensität der Schwere zu Bordeaux, als an der westlichsten Station, am kleinsten ist; zu Figeac ist sie gröfser, zu Clermont noch gröfser, und hat nahe den mittleren Werth. Zu Mailand an der anderen Seite der Alpen ist sie fast so grofs wie zu Clermont, zu Padua ist sie viel gröfser, und hat überhaupt hier ihren gröfsten Werth, der vom mittleren um eben so viel absteht, als der kleinste zu Bordeaux Statt habende. Die Differenz zwischen beiden Stationen kommt einem Pendellängenunterschiede von 0.110809 Mill. gleich, welches einer täglichen Variation von 4.818 Sec. im Gange einer Uhr entspricht. Auch zu Fiume spricht sich die gesteigerte Intensität der Schwere noch aus, wiewohl in einem geringeren Grade. Man kann demnach aus allen diesem schliefsen, dafs es in diesem Parallelkreise eine weit um sich greifende Ursache gebe, wodurch die Schwere von West

gegen Ost gesteigert wird. Man kann nicht wohl annehmen, daſs diese Ursache in der vulcanischen Beschaffenheit Italiens liege, da Beobachtungen zu Lipari mitten unter thätigen Vulcanen und am Abhange eines alten Kraters zwar eine nur etwas gröſsere Schwere nachweisen als zu Formentera, wo an Vulcane nicht zu denken ist. Geodetische Messungen verbreiten darüber mehr Licht, denn sie geben in diesem Parallelkreise eine successive Abnahme der Grade, die da anfängt, wo die Schwere am geringsten ist, und sich auf 187 Meter beläuft, und daher gewiſs nicht von Messungsfehlern herrührt.

Auf ähnliche Weise kann man die Schwere im Parallelkreise von 75° kennen lernen, in dessen Nähe die Beobachtungsstationen von Grönland (Br. 74° 32′ 19″), Spitzbergen (Br. 79° 49′ 18″) und Hammerfest (Br. 70° 40′ 5″) liegen. Reducirt man die daselbst gefundenen Pendellängen auf den Parallelkreis von 75°, so findet man mittelst des Coefficienten log. $b = 0.7821340$ folgende Werthe:

Beobachtungsort.	Pendellänge bei 75° Br.	Abstand vom Mittelwerthe.
Grönland	995.771175	— 0.021868
Spitzberg	995.818925	+ 0.025882
Hammerfest . . .	995.789029	— 0.004014

Die mittlere Pendellänge unter 75° beträgt 995.793043.

Die hier Statt findenden Differenzen liegen innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler, und man kann daher für hohe europäische Breiten in Wahrheit log. $b = 0.7821340$ setzen, ja sogar mittelst desselben Werthes die Polarpendellänge bestimmen.

Nimmt man nach der im Anfange dieser Abhandlung festgesetzten Regel die mittlere der drei beobachteten Pendellängen als jene an, welche der Breite von 74° 35′ 25″.6 entspricht, so hat man für diese Breite als Werth der Pendellänge 995.771159 Mill., und die Polarpendellänge gleich 996.188963 Mill. Hätte man statt des hier gebrauchten Coefficienten den gewählt, welcher sich aus den zu Leith und Edinburg angestellten Beobachtungen ergibt, und der viel kleiner ist; so hätte man doch ein Resultat gefunden, das sich vom vorhergehenden nur um 0.03 Mill. unterscheidet. Man darf daher nicht besorgen, etwa durch Einführung eines nicht vollkommen richtigen Coefficienten ein fehlerhaftes Resultat gefunden zu haben.

Nun erübriget noch, die in der Nähe des Äquators angestellten Pendelbeobachtungen zur genauen Bestimmung der Länge des Äquatorialpendels zu benützen. *Biot* bewerkstelliget dieses dadurch, daſs er zuerst alle Pendelbeobachtungen, die in der heiſsen Zone gemacht wurden, zur Bestimmung der Pendellänge unter 20° nördl. Breite benützt, und hierauf aus dem Mittelwerthe aller dieser Bestimmungen auf die Länge des Pendels am Äquator einen Schluſs macht. Bezeichnet man nun wieder die Länge des Secundenpendels am Beobachtungsorte, auf die Meeresfläche und auf den leeren Raum reducirt, mit l, die Pendellänge bei 20° n. Br. mit l_{28}, und die Äquatorialpendellänge mit a; so kann man aus folgender Tafel eine Übersicht der Ergebnisse für den vorhin besprochenen Zweck erlangen:

Beobachtungsort.	Breite.	l	l_{28}	a
Mowi . . .	20° 52′ 7″ N.	991.774588	991.654779	991.058181
Jamaika .	17° 56′ 0″ N.	991.472505		
Rio - Janeiro . .	22° 55′ 13″ S.	991.695571	991.639828	991,043230
Ile de France .	20° 9′ 40″ S.	991.770680		
Guam . . .	13° 37′ 51″ N.	991.454976	991,201541	991.021374
Trinité . .	10° 38′ 56″ N.	991.063639		
Sierra-Leone .	8° 29′ 28″ N.	991.107348		
Bahia . . .	12° 59′ 21″ S.	991.220270	991.210861	991.030694
L'Ascension . .	7° 55′ 48″ S.	991.195850		
St.Thomas	0° 24′ 41″ N.	991.110881	990.981597	991.891597
Rawak . .	0° 1′ 34″ S.	990.946598		
Maranham	2° 31′ 43″ S.	990.897503		
Mittelwerth des Secundenpendels unter dem Äquator				991.027015

Die Resultate der einzelnen Stationen mit einander verglichen geben gröſsere Differenzen, als dieses in demselben Parallelkreise bei gröſseren Breiten der Fall war. Dessen ungeachtet stimmen die Äquatorialpendellängen so nahe mit einander überein, daſs die Abweichungen immer von Beobachtungsfehlern herzurühren scheinen.

Nimmt man nun das hier Erörterte mit dem Vorhergehenden zusammen, so erhält man als Pendellänge

am Pole . . . . . . = 996.188963,
in der Breite von 45° = 993.520351,
am Äquator . . . . = 991,027015.

Setzt man in der Formel $l = a + b \sin.^2 L$ für L die Werthe 0°, 45°, 90°, so wird nach der Reihe $l = a$, $l = a + \frac{1}{2} b$, $l = a + b$, mithin sind dieser gemäſs die ersten Differenzen der Reihe, deren Glieder obige Werthe von l sind, einander gleich, mithin die zweiten Differenzen gleich Null. Sucht man aus obigen numerischen

Werthen die Differenzen, so findet man sie nicht einander gleich, zum Beweise, dafs die elliptische Hypothese über die Gestalt der Erde nicht zuläfsig sey.

Will man nun aus Pendelbeobachtungen nach der *Clairaut*'schen Regel die Gröfse der Abplattung der Erde finden, so erhält man ein verschiedenes Resultat, je nachdem man die am Äquator gefundene Pendellänge mit der in einem oder in einem anderen Theile einer Hemisphäre beobachteten combinirt. So z. B. erhält man aus der Benützung der Pendellänge bei 90° bis 45° $b = 5.337224$, während man aus Pendellängen, die innerhalb 45° — 0° oder 90° — 0° enthalten sind,

$$b = 4.986672 \quad \text{und} \quad b = 5.161948$$

findet. Aus ersterer Annahme erhält man als Abplattung der Erde $\frac{1}{306.33}$, aus der zweiten $\frac{1}{276.38}$, aus der letzten endlich $\frac{1}{290.59}$. Es ist merkwürdig, dafs der erstere Werth mit dem von den Ungleichheiten des Mondes abgeleiteten, der zweite mit dem von *Freycinet* aus Beobachtung zwischen 0° — 45° Br. gefundenen, und der letzte mit dem von *Sabine* aus Pendellängen innerhalb des Äquators und Spitzbergen deducirten nahe zusammenfällt.

Nach dieser Untersuchung geht *Biot* darauf aus, durch Erfahrungen darzuthun, ob die absolute Intensität der Schwere in beiden Hemisphären gleich ist. Zu diesem Behufe wurden zuerst die Pendellängen, welche *Freycinet*, *Duperrey* und *Brisbane* am Cap der guten Hoffnung, zu Port Jackson und zu Paramata beobachtet haben, benützt, um die Pendellänge für den mittleren Parallelkreis dieser Stationen, nämlich für 33° 51′ 48″.5 s. Br. zu finden. Man fand sie gleich 992.571514. Die Beobachtungen zu Neu-York und Barcelona lieferten die

Pendellänge für dieselbe Breite in der nördlichen Halbkugel gleich 992.584291, mithin ist die Differenz 0.012777, d. h. sehr klein, so dafs man die Intensität der Schwere in beiden Parallelkreisen für gleich annehmen kann. Etwas gröfser, nämlich gleich 0.043364, fällt die Differenz in den Pendellängen aus, die man für die Breite von 51° 33′ 31″ 8 in beiden Hemisphären gefunden hat, und es ist auch hier wieder die Schwere in der nördlichen Halbkugel intensiver als in der südlichen, indefs läfst sich aus so wenigen Beobachtungen doch kein ganz sicheres Resultat schöpfen, sondern man mufs mit der Entscheidung obiger Frage warten, bis Beobachtungen in gröfseren südlichen Breiten weitere und festere Vergleichungspuncte liefern.

Zum Schlusse dieser Abhandlung gibt *Biot* noch einige wichtige Winke über das, was in Betreff der Pendelbeobachtungen noch zu wünschen übrig bleibt, damit sie der Theorie der Erde einen wesentlichen Vorschub geben können. Er meint, man müsse vorzüglich die Einwirkungen näher kennen lernen, welche die Intensität der Schwere modificiren, und darum nicht an beliebigen Puncten Beobachtungen anstellen, sondern solche wählen, welche sich an die bereits näher untersuchten anschliefsen. Dasselbe ist bei den Gradmessungen der Fall, sie mögen sich auf Meridiane oder auf Parallelkreise beziehen. Er wünscht besonders, dafs der grofse in Europa gemessene Meridianbogen bis Africa verlängert würde, und dafs an der englischen Niederlassung zu Cap Coast, die nahe am Äquator und in dem Meridian von Shetland liegt, solche Operationen begonnen würden, ferner dafs man den von Bordeaux bis Fiume gezogenen Parallelkreis bis zum schwarzen Meere verlängern möchte.

Erklärung.

Da der Aufsatz über die wässerigen Meteore auf den Zipser Alpen in Ungarn im fünften Bande der Zeitschrift für Physik und Mathematik, welchen ich der verehrten Redaction mit dem Zusatz: »Ein Beitrag zur vaterländischen Meteorologie nach eigenen Beobachtungen und Erfahrungen eines Zipsers« ohne Beifügung meines Namens übermacht hatte, von derselben unter meinem Namen: »Vom Dr. *G. C. Rumy*. Ein Beitrag zur vaterländischen Meteorologie« eingerückt wurde, entweder weil sie mich für den Verfasser hielt, oder weil sie mich dadurch als Einsender bezeichnen wollte, so halte ich für meine Pflicht, theils um jedes Miſsverständniſs zu heben, theils, weil ich mich nicht mit fremden Federn schmücken will, zu erklären, daſs dieser schätzbare Aufsatz nicht mich, sondern meinen vieljährigen (durch 26 Jahre) Freund und Landsmann, *Thomas Mauksch*, einen bereits 79jährigen Greis zu Käsmark in der Zipser Gespannschaft, einen um die vaterländische Botanik, Mineralogie, Meteorologie, Öconomie und Gebirgsbeschreibung hochverdienten Zipser Gelehrten zum Verfasser hat, und ich an demselben keinen anderen Antheil habe, als daſs ich hin und wieder Anmerkungen beifügte, und den Styl, wo ich es für nöthig fand, verbesserte. Dieser Aufsatz ist eigentlich ein Fragment aus dem handschriftlichen Werke dieses meines alten gelehrten Freundes: »Wegweiser durch die Zipser Alpen,« welches er mir im Jahre 1826, als ich ihn auf einer Reise in mein Vaterland, die Zipser Gespannschaft, zu Käsmark besuchte, mit der Bitte einhändigte, für dieses Werk, wo möglich, einen Verleger in Wien oder Ungarn anzuwerben, da sein Alter und

sein Mangel an Bekanntschaft mit Verlegern ihn dazu weniger als mich eignen. Leider bemühete ich mich bisher vergeblich, in Wien und Ungarn einen Verleger auf sein treffliches Werk, welches eine wesentliche Lücke in der vaterländischen Orographie (Gebirgslehre) ausfüllen würde, zu finden: kein Buchhändler wollte es wagen, dasselbe zu verlegen, da sie bei einer Monographie nur auf wenige Käufer rechnen. Theils um auf dieses treffliche handschriftliche Werk Buchhändler und Freunde der vaterländischen Litteratur aufmerksam zu machen, theils durch zu empfangendes Honorar einen Theil der Druckkosten des für den Fall des Mangels eines Verlegers beschlossenen Selbstverlags herbeizuschaffen, entschloſs ich mich zur theilweisen Herausgabe mehrerer Bruchstücke dieses Wegweisers der Zipser Alpen in physikalischen und geographischen Zeitschriften, und behielt mir vor, meinen Freund als Verfasser nur dann zu nennen, wenn diese Fragmente Beifall erhalten würden. Damit man nun aber wegen der Beifügung meines Namens bei dem Aufsatze über die wässerigen Meteore auf den Zipser Alpen nicht mich für den Verfasser halte, und weil dieser Aufsatz den verdienten Beifall bereits erhalten hat, so nenne ich meinen verehrten Freund *Mauksch* als Verfasser.

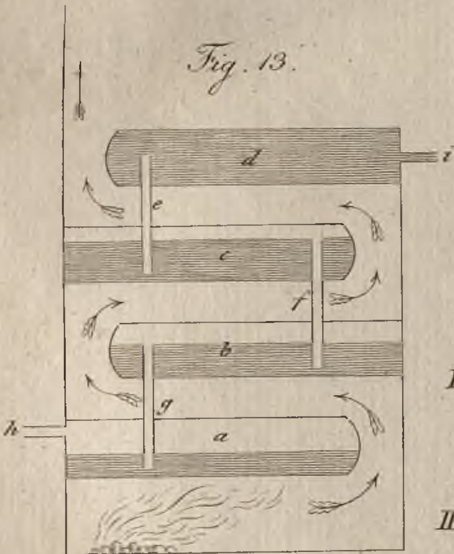
Einige topographische Fragmente aus diesem Wegweiser durch die Zipser Alpen habe ich im Wanderer 1828 in derselben Absicht anonym mitgetheilt, noch mehrere gedenke ich im Archiv für Geschichte, Statistik u. s. w. mitzutheilen.

Möge es nun, nach diesen Proben, einem soliden Buchhändler im österreichischen Kaiserstaate gefallen, das ganze Werk (das ein Alphabet stark ist) in Verlag zu nehmen, und sich deſswegen an mich zu wenden, damit der gelehrte Greis noch am Abende seines Lebens

die Freude habe, sein ganzes Werk, welches die Resultate *vierzigjähriger Bereisungen der Zipser Alpen*, an deren Fuſse er geboren ist und (mit Ausnahme seiner Universitätsjahre) stets lebte, enthält, gedruckt zu sehen, und dafür ein anständiges und billiges Honorar zu erhalten. Das ganze Werk ist von mir (gleichfalls einem gebornen Zipser) mit Anmerkungen begleitet. Sollte sich nicht binnen eines Jahres ein Verleger finden, so werde ich das Werk entweder auf Pränumeration oder als Selbstverleger herausgeben.

Dr. *Georg Karl Rumy*,
erzbischöflicher Professor der vaterländischen Rechte zu Gran, früher Professor der Naturwissenschaften, Öconomie und Technologie.

Fig. 13.



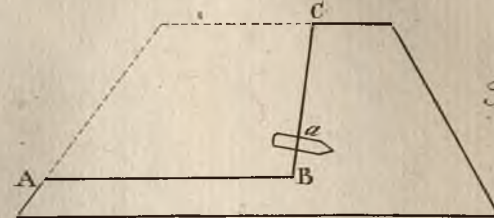


Fig. 14.

Fig. 15.

